1. (Enem 2018) Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com $2n$ competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.
Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por
a) 2×128
b) $64+32+16+8+4+2$
c) $128+64+32+16+16+8+4+2+1$
d) $128+64+32+16+16+8+4+2$
e) $64+32+16+8+4+2+1$

2. (Unicamp 2018) Dois anos atrás certo carro valia R\$ 50.000,00 e atualmente vale R\$ 32.000,00. Supondo que o valor do carro decresça a uma taxa anual constante, daqui a um ano o valor do carro será igual a
a) R\$ 25.600,00.
b) R\$ 24.400,00.
c) R\$ 23.000,00.
d) R\$ 18.000,00.

3. (Pucrj 2014) Vamos empilhar 5 caixas em ordem crescente de altura. A primeira caixa tem $1\,m$ de altura, cada caixa seguinte tem o triplo da altura da anterior. A altura da nossa pilha de caixas será:
a) $121\,m$
b) $81\,m$
c) $32\,m$
d) $21\,m$
e) $15\,m$

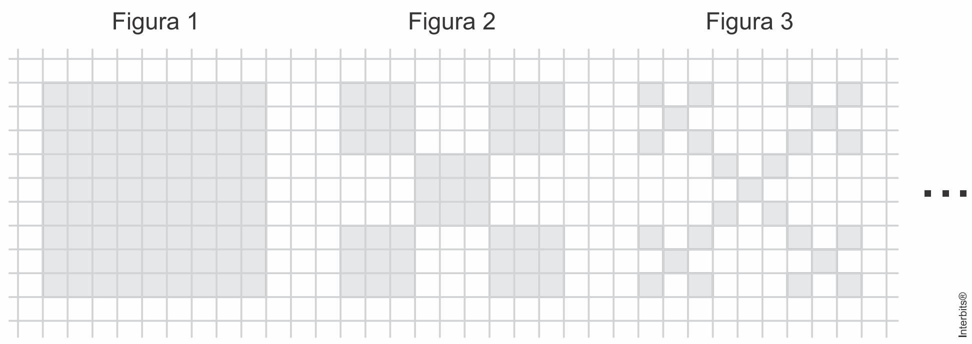
4. (Enem 2018) Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.

Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é
a) 14
b) 12

c) $7\sqrt{2}$
d) $6+4\sqrt{2}$
e) $6+2\sqrt{2}$

5. (Unesp 2018) A sequência de figuras, desenhadas em uma malha quadriculada, indica as três primeiras etapas de formação de um fractal. Cada quadradinho dessa malha tem área de $1\,\text{cm}^2$.

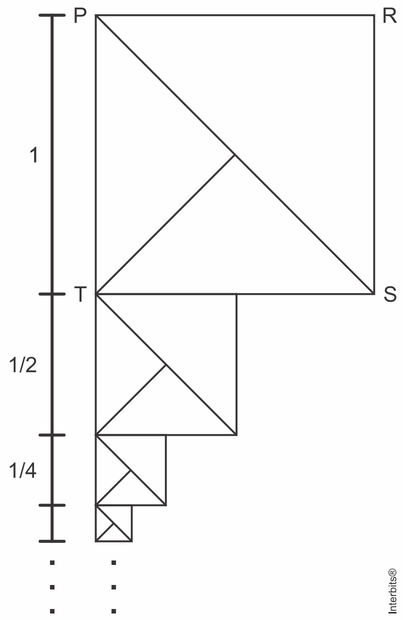


Dado que as áreas das figuras, seguindo o padrão descrito por esse fractal, formam uma progressão geométrica, a área da figura 5, em cm^2, será igual a
a) $\dfrac{625}{81}$
b) $\dfrac{640}{81}$
c) $\dfrac{125}{27}$
d) $\dfrac{605}{81}$
e) $\dfrac{215}{27}$

6. (Enem (Libras) 2017) Atualmente, a massa de uma mulher é 100 kg. Ela deseja diminuir, a cada mês, 3% da massa que possuía no mês anterior. Suponha que ela cumpra sua meta.

A sua massa, em quilograma, daqui a dois meses será
a) $91,00$.
b) $94,00$.
c) $94,09$.
d) $94,33$.
e) $96,91$.

7. (Enem 2020) O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



O quadrado PRST, com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{99}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{97}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$

8. (Enem 2019) Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de
a) 398,02.
b) 400,00.
c) 401,94.
d) 404,00.
e) 406,02.

9. (Enem 2ª aplicação 2016) Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações culturais. A experiência de anos anteriores

mostra que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento.

Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é
a) 3×345
b) $(3+3+3) \times 345$
c) $3^3 \times 345$
d) $3 \times 4 \times 345$
e) $3^4 \times 345$

10. (Eear 2023) Seja a_1 o primeiro termo de uma P.A. de razão 7 e também o primeiro termo de uma P.G. de razão 2. Para que o 8º termo da P.A. seja igual ao 4º termo da P.G., o valor de a_1 deve ser __________.
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8

11. (Mackenzie 2023) As idades de Ana, Bia, Cássia e Dalva formam nessa ordem uma progressão aritmética de soma 140, e a sequência das idades de Ana, Bia e Dalva forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. Então, podemos concluir que a idade de Dalva é
a) 58 anos
b) 56 anos
c) 48 anos
d) 42 anos
e) 28 anos

12. (Uerj 2023) Considere a seguinte equação:

$$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \ldots = 18, \;\; x \in \mathbb{R}$$

Sabendo que o primeiro membro dessa equação é a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, o valor de x é igual a:
a) 6
b) 8
c) 10
d) 12

13. (Unicentro 2023) Uma pessoa comprou uma casa no valor de R$ 211.000,00 e vai pagar em cinco parcelas. O valor de cada parcela é decrescente e corresponde aos cinco primeiros termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor da quinta parcela.
a) R$ 10.000,00
b) R$ 16.000,00
c) R$ 21.000,00
d) R$ 24.000,00
e) R$ 81.000,00

14. (Uel 2023) Para um campeonato de xadrez, inscreveram-se 16.384 pessoas. A cada rodada, os participantes disputavam um contra um e os perdedores eram eliminados da competição. A organização do evento optou por identificar os participantes com crachás que continham seu nome e o número da atual rodada. A cada rodada, os participantes recebiam novos crachás. Ao final de todas as rodadas, o vencedor também recebeu um novo crachá. Com base nessas informações, responda aos itens a seguir.

a) Quantos crachás foram confeccionados para a realização desse campeonato?
b) Quantas rodadas são necessárias até se chegar ao vencedor?

Justifique suas respostas apresentando os argumentos e os cálculos realizados na resolução desta questão.

15. (G1 - ifpe 2018) Dudu quer se tornar um *youtuber* famoso, mas, em seu primeiro vídeo, ele obteve apenas 5 inscritos em seu canal. Obstinado que é, Dudu pretende, a cada novo vídeo, dobrar a quantidade de inscritos em seu canal. Se no primeiro mês ele postar 10 vídeos e conseguir atingir a meta estabelecida, ao fim deste mês, seu canal terá
a) 1.024 inscritos.
b) 5.120 inscritos.
c) 5.115 inscritos.
d) 1.023 inscritos.
e) 310 inscritos.

16. (Pucrj 2014) A Copa do Mundo, dividida em cinco fases, é disputada por 32 times. Em cada fase, só metade dos times se mantém na disputa pelo título final. Com o mesmo critério em vigor, uma competição com 64 times iria necessitar de quantas fases?
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

17. (Espm 2013) Para que a sequência $(-9, -5, 3)$ se transforme numa progressão geométrica, devemos somar a cada um dos seus termos um certo número. Esse número é:
a) par
b) quadrado perfeito
c) primo
d) maior que 15
e) não inteiro

18. (Udesc 2011) Em uma escola com 512 alunos, um aluno apareceu com o vírus do sarampo. Se esse aluno permanecesse na escola, o vírus se propagaria da seguinte forma: no primeiro dia, um aluno estaria contaminado; no segundo, dois estariam contaminados; no terceiro, quatro, e assim sucessivamente. A diretora dispensou o aluno contaminado imediatamente, pois concluiu que todos os 512 alunos teriam sarampo no:
a) 9º dia.
b) 10º dia.
c) 8º dia.
d) 5º dia.
e) 6º dia.

19. (Enem PPL 2014) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final de uma hora.
Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada quarto de hora.

Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias X foi de
a) $2^{-2} \cdot 10^5$
b) $2^{-1} \cdot 10^5$
c) $2^2 \cdot 10^5$

d) $2^3 \cdot 10^5$
e) $2^4 \cdot 10^5$

20. (Famema 2020) A progressão geométrica $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ tem primeiro termo $a_1 = \frac{3}{8}$ e razão $5.$ A progressão geométrica $(b_1, b_2, b_3, \ldots)$ tem razão $\frac{5}{2}.$ Se $a_5 = b_4,$ então b_1 é igual a

a) $\frac{25}{4}$
b) 5
c) $\frac{3}{20}$
d) 15
e) $\frac{9}{2}$

21. (Enem PPL 2019) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa. Nos casos da digitação incorreta, ela iniciou a nova tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a
a) 300.
b) 420.
c) 540.
d) 660.
e) 1.020.

22. (Enem PPL 2018) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a
a) 300.
b) 420.
c) 540.
d) 660.
e) 1.020.

23. (Efomm 2016) Numa progressão geométrica crescente, o 3º termo é igual à soma do triplo do 1º termo com o dobro do 2º termo. Sabendo que a soma desses três termos é igual a $26,$ determine o valor do 2º termo.
a) 6
b) 2
c) 3
d) 1

e) $\frac{26}{7}$

24. (G1 - ifal 2017) Sabendo que o primeiro termo de uma Progressão Geométrica é $a_1 = 2$ e a razão $q = 3$, determine a soma dos 5 primeiros termos dessa progressão:
a) 80.
b) 141.
c) 160.
d) 242.
e) 322.

25. (Ueg 2020) Em um experimento com uma colônia de bactérias, verificou-se que uma bactéria se divide em duas a cada hora. Nessas condições, o número de bactérias originadas de uma só bactéria dessa colônia, depois de 12 horas, será
a) 4096
b) 8192
c) 1048
d) 3096
e) 2048

26. (Unicamp 2021) Seja x um número real tal que os primeiros três termos de uma progressão geométrica infinita são $1, 2x, -3x+1,$ nesta ordem. Sabendo que todos os termos da progressão são positivos, a soma de todos eles é igual a
a) $3/2$.
b) 2.
c) $5/2$.
d) 3.

27. (Feevale 2012) Pedro, no dia do nascimento do filho, prometeu, a cada aniversário da criança, plantar 2^n árvores (*n*, número natural, representa a idade do filho). Passados 5 anos, quantas árvores foram plantadas por Pedro, ao total, considerando que ele cumpriu sua promessa em todos os anos?
a) 10 árvores
b) 16 árvores
c) 32 árvores
d) 62 árvores
e) 64 árvores

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

O número de partidas disputadas decresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo $\frac{128}{2} = 64$ e razão $\frac{1}{2}$. Por conseguinte, a resposta é $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$.

Resposta da questão 2:
[A]

Seja q a taxa de decrescimento. Logo, tem-se que

$$32000 = 50000 \cdot q^2 \Leftrightarrow q^2 = \frac{16}{25}$$
$$\Rightarrow q = \frac{4}{5}.$$

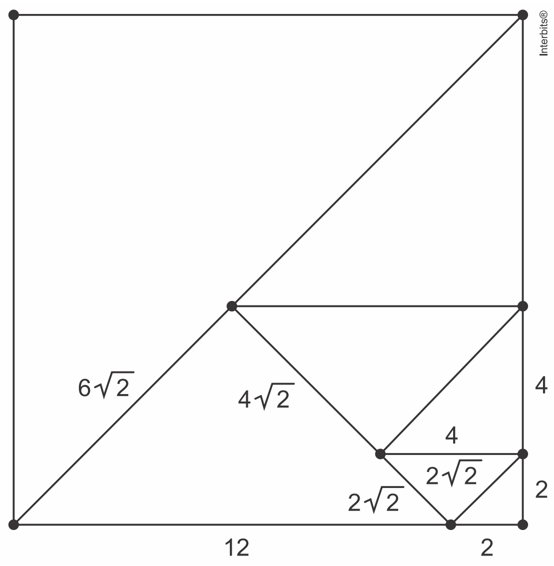
A resposta é $32000 \cdot \frac{4}{5} = \text{R\$ } 25.600{,}00.$

Resposta da questão 3:
[A]

A altura da pilha é igual a $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121\,\text{m}$.

Resposta da questão 4:
[A]

É fácil ver que as hipotenusas dos triângulos retângulos crescem segundo uma progressão geométrica de primeiro termo $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ e razão $\sqrt{2}$.



Portanto, de acordo com a figura, a resposta é $12 + 2 = 14\,\text{cm}$.

Resposta da questão 5:
[A]

Calculando:

$PG \rightarrow 81, 45, 25$

$$q = \frac{45}{81} = \frac{5}{9}$$

$$a_5 = 81 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 = \frac{625}{81}$$

Resposta da questão 6:
[C]

A resposta é $100 \cdot (0,97)^2 = 94,09\text{kg}.$

Resposta da questão 7:
[B]

Os lados dos quadrados constituem a progressão geométrica $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \ldots\right).$

Portanto, a resposta é $\left(\frac{1}{2}\right)^{100-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{99}.$

Resposta da questão 8:
[B]

Tem-se que o valor à vista é dado por

$$\begin{aligned}\frac{202}{1,01} + \frac{204,02}{(1,01)^2} &= 200 + 200 \\ &= \text{R\$ } 400,00.\end{aligned}$$

Resposta da questão 9:
[C]

O número de visitantes cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo 345 e razão $3.$ Por conseguinte, a resposta é $345 \times 3^3.$

Resposta da questão 10:
[C]

8º termo da PA:

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_8 = a_1 + (8-1) \cdot 7$

$a_8 = a_1 + 49$

4º termo da PG:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$a_8 = a_1 \cdot 2^{4-1}$

$a_8 = 8a_1$

Logo:

$a_1 + 49 = 8a_1$

$7a_1 = 49$

$\therefore a_1 = 7$

Resposta da questão 11:
[B]

Utilizando a PA para representar as idades das mulheres, obtemos:
$(\text{Ana, Bia, Cássia, Dalva}) = (x-3r,\ x-r,\ x+r,\ x+3r)$
$x - \cancel{3r} + x - \cancel{r} + x + \cancel{r} + x + \cancel{3r} = 140$
$4x = 140$
$x = 35$
$(\text{Ana, Bia, Cássia, Dalva}) = (35-3r,\ 35-r,\ 35+r,\ 35+3r)$

Da PG, sabemos que a idade de Dalva deve ser o dobro da idade de Bia. Logo:
$(35-r)\cdot 2 = 35+3r$
$70-2r = 35+3r$
$5r = 35$
$r = 7$

Portanto, a idade de Dalva é:
$x+3r = 35+3\cdot 7 = 56$ anos

Resposta da questão 12:
[D]

Utilizando a fórmula da PG infinita, obtemos:
$$\frac{x}{1-\frac{1}{3}} = 18$$
$$x = \frac{2}{3}\cdot 18$$
$$\therefore x = 12$$

Resposta da questão 13:
[B]

Considerando uma P.G. de 5 termos e razão q = 2/3, temos:
$$\frac{x}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} + \frac{x}{\frac{2}{3}} + x + x\cdot\frac{2}{3} + x\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 211.000$$
$$\frac{9x}{4} + \frac{3x}{2} + x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} = 211.000$$

$$\frac{81x+54x+36x+24x+16x}{36} = \frac{36\cdot 211.000}{36}$$

$$\frac{211x}{36} = \frac{36\cdot 211.000}{36} \Rightarrow \boxed{x = 36.000}$$

Logo a última prestação será:
$$\boxed{\frac{4}{9}\cdot(R\$36.000) = R\$16.000,00}$$

Resposta da questão 14:

a) De acordo com o enunciado, a quantidade de crachás confeccionados em cada rodada é dada pela sequência (mostrada abaixo) de termos de uma PG de razão ½:
(16384, 8192, 4096, ..., 1).

E o número n de termos dessa PG vale:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$1 = 16384 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{14} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$
$$n = 15$$

Sendo assim, a quantidade total S de crachás é de:

$$S = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$
$$S = \frac{16384 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{15} - 1\right]}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\cancel{2^{14}} \cdot \left(\frac{1 - 2^{15}}{2^{\cancel{15}}}\right)}{-\frac{1}{2}}$$
$$S = \frac{\frac{1 - 32768}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{32767}{\cancel{2}}}{\frac{1}{\cancel{2}}}$$
$$\therefore S = 32767$$

b) O número R de rodadas é dado por:

$$R = n - 1$$
$$\therefore R = 14$$

Resposta da questão 15:

[C]

O número de inscritos no canal de Dudu cresce em Progressão Geométrica de razão 2. Para solucionar a questão devemos considerar a soma dos 10 primeiros termos das P.G. abaixo:

$(5, 10, 20, 40, 80, \ldots)$

$$S_{10} = \frac{5 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 5115 \text{ inscritos.}$$

Resposta da questão 16:

[B]

O número de times em cada fase corresponde aos termos da progressão geométrica $(64, 32, \ldots, 2)$. Logo, sendo n o número de fases pedido, temos:

$$2 = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow 2^{1-n} = 2^{-5} \Leftrightarrow n = 6.$$

Resposta da questão 17:

[C]

Seja x o número procurado.

Temos

$$(-5+x)^2=(-9+x)\cdot(3+x)\Leftrightarrow 25-10x+x^2=-27-6x+x^2$$
$$\Leftrightarrow x=13,$$

ou seja, um primo ímpar menor do que 15.

Resposta da questão 18:
[B]

O número de alunos contaminados no n-ésimo dia é dado por 2^{n-1}.
Queremos calcular n, tal que $2^{n-1}=512$. Desse modo,

$$2^{n-1}=512\Leftrightarrow 2^{n-1}=2^9\Leftrightarrow n=10.$$

Portanto, todos os alunos teriam sarampo no 10º dia.

Resposta da questão 19:
[E]

Uma hora corresponde a $\frac{4}{4}$ de hora. Logo, ao fim de uma hora, o número de bactérias X foi de $2^4\cdot 10^5$.

Resposta da questão 20:
[D]

Tem-se que

$$\begin{aligned} a_5=b_4 &\Leftrightarrow \frac{3}{8}\cdot 5^4=b_1\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^3 \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{8}\cdot 5^4=b_1\cdot\frac{5^3}{2^3} \\ &\Leftrightarrow b_1=15. \end{aligned}$$

Resposta da questão 21:
[C]

O tempo gasto com as digitações foi igual a $30\cdot 4=120$ segundos. Ademais, como ele errou as três primeiras tentativas, teve que esperar $60+120+240=420$ segundos. Portanto, a resposta é $120+420=540$ segundos.

Resposta da questão 22:
[C]

A resposta é dada por
$30+(60+30)+(120+30)+(240+30)=540$ s.

Resposta da questão 23:
[A]

ui]

Seja $\left(\frac{x}{q}, x, xq, \ldots\right)$ a progressão geométrica, com $x > 0$ e $q > 1$. Tem-se que

$$xq = 3\frac{x}{q} + 2x \Rightarrow q^2 - 2q - 3 = 0$$
$$\Rightarrow q = 3.$$

Por conseguinte, vem

$$\frac{x}{q} + x + xq = 26 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{3} + 1 + 3\right) = 26 \Leftrightarrow x = 6.$$

Resposta da questão 24:
[D]

Seja $S_n = a_1 \cdot \frac{(q^n - 1)}{q - 1}$ a soma finita dos termos de uma PG onde q é razão, e a_1 o primeiro termo.

$$S_5 = 2 \cdot \frac{(3^5 - 1)}{3 - 1} = 2 \cdot \frac{(3^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{2 \cdot 242}{2} = 242$$

Resposta da questão 25:
[A]

O número de bactérias a cada hora cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 2 e razão também igual a $2.$ Desse modo, a resposta é $a_{12} = 2 \cdot 2^{11} = 4096.$

Resposta da questão 26:
[B]

Se todos os termos da progressão são positivos, então $2x > 0$ e $-3x + 1 > 0$ implicam em $0 < x < \frac{1}{3}.$ Logo, vem

$$(2x)^2 = 1 \cdot (-3x + 1) \Leftrightarrow 4x^2 + 3x - 1 = 0$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}.$$

Portanto, temos

$$(1, 2x, -3x + 1, \ldots) = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2^{n-1}}, \ldots\right),$$

com $n \in \mathbb{N}^*.$

Como o primeiro termo é 1 e a razão é $\frac{1}{2},$ encontramos

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2^{j-1}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

Resposta da questão 27:
[D]

Os números das árvores, plantadas em cada aniversário da criança, formarão uma P.G. de razão 2.

(2, 4, 8, 16, 32, 64...) calculando a soma dos cinco primeiros termos dessa P.G. temos:

$$S = \frac{2(2^5 - 1)}{2 - 1} = 62$$

Portanto, foram plantadas 62 árvores.