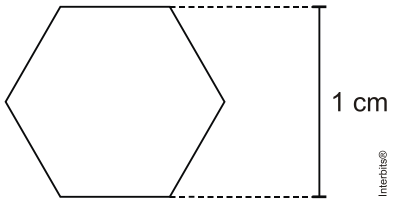
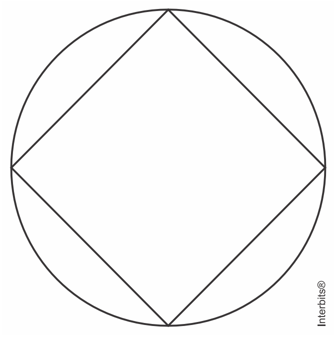
TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Arquimedes,candidato a um dos cursos da Faculdade de Engenharia, visitou a PUCRS para colher informações. Uma das constatações que fez foi a de que existe grande proximidade entre Engenharia e Matemática.

1. (Pucrs 2012) Para uma engrenagem mecânica, deseja-se fazer uma peça de formato hexagonal regular. A distância entre os lados paralelos é de $1\,\text{cm}$, conforme a figura abaixo.



O lado desse hexágono mede ______ cm.
a) $\dfrac{1}{2}$
b) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$
e) 1

2. (G1 - cps 2008) Considere um quadrado com $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ de lado, inscrito em um círculo como mostra a figura.



O raio desse círculo mede, em centímetros
a) 2.
b) $\sqrt{3}$.
c) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.
d) 3.
e) $2\sqrt{3}$.

3. (G1 - ifal 2016) Um pai possui um terreno no formato de um hexágono regular com lado 12 m. Ele pretende construir um muro dividindo o terreno em dois trapézios de mesma área, um com frente para uma rua e outro para a outra, que serão dados para seus dois filhos. Qual o comprimento do muro?

a) 12 m.
b) 18 m.
c) 24 m.
d) 30 m.
e) 36 m.

4. (Uece 2016) A medida da área, em m^2, de um hexágono regular inscrito em uma circunferência com raio que mede $\sqrt{2}$ m é

a) $3\sqrt{3}$.
b) $3\sqrt{2}$.
c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

5. (Pucrj 2015) A medida da área, em cm^2, de um quadrado que pode ser inscrito em um círculo de raio igual a 5 cm é?

a) 20
b) $25\sqrt{2}$
c) 25
d) $50\sqrt{2}$
e) 50

6. (Eear 2019) A área de um hexágono regular inscrito em um círculo de $\sqrt{6}$ cm de raio é ______ $\sqrt{3}$ cm^2.

a) 6
b) 9
c) 12
d) 15

7. (G1 - ifba 2012) Uma circunferência está inscrita em um quadrado cuja diagonal mede $10\sqrt{2}$ cm. O comprimento dessa circunferência é:

a) 10π cm
b) 5π cm
c) 6π cm
d) 8π cm
e) 7π cm

8. (Mackenzie 2019) Os raios das circunferências, inscrita e circunscrita, ao triângulo equilátero cujo lado mede a, são, respectivamente,

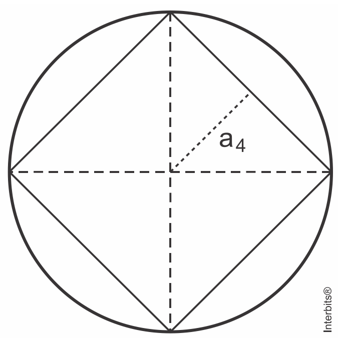
a) $\frac{a}{3}$ e $\frac{2a}{3}$
b) $\frac{a}{2}$ e a
c) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ e $a\sqrt{2}$
d) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ e $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

e) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ e $a\sqrt{3}$

9. (Uece 2016) A razão entre as áreas de um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência e a área de um hexágono regular cuja medida do apótema é 10 m circunscrito à mesma circunferência é

a) $\frac{3}{8}$.
b) $\frac{5}{8}$.
c) $\frac{3}{7}$.
d) $\frac{5}{7}$.

10. (Ueg 2019) Observando-se o desenho a seguir, no qual o círculo tem raio r, e calculando-se o apótema a_4, obtemos



a) $2r\sqrt{2}$
b) $3r\sqrt{2}$
c) $\frac{3r}{2}\sqrt{2}$
d) $\frac{r}{2}\sqrt{2}$
e) $r\sqrt{2}$

11. (Uepb 2013) A área de um triângulo equilátero cujo apótema mede 2 cm é igual a:

a) $\sqrt{3}\text{ cm}^2$
b) $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$
c) $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$
d) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$
e) $4\sqrt{2}\text{ cm}^2$

12. (Unifesp 2008) Tem-se um triângulo equilátero em que cada lado mede 6 cm. O raio do círculo circunscrito a esse triângulo, em centímetros, mede

a) $\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) 4
d) $3\sqrt{2}$
e) $3\sqrt{3}$

13. (G1 - cftmg 2004) O apótema do quadrado inscrito numa circunferência é igual a 2 cm. O lado do hexágono regular inscrito nessa mesma circunferência, em cm, é

14. (Mackenzie 2013) A área de um triângulo regular inscrito em uma circunferência de raio r, em função do apótema *a* de um hexágono regular inscrito na mesma circunferência é
a) a^2
b) $\sqrt{2}a^2$
c) $2\sqrt{2}a^2$
d) $\frac{1}{2}\sqrt{3}a^2$
e) $\sqrt{3}a^2$

15. (Uece 2020) Um quadrado cuja medida do lado é 3 cm está inscrito em uma circunferência cuja medida do raio é $R\text{ cm}$ e circunscrito a uma circunferência cuja medida do raio é $r\text{ cm}.$ Nestas condições, a relação $\frac{r}{R}$ é igual a
a) $\frac{\sqrt{2}}{2}.$
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}.$
c) $\frac{\sqrt{2}}{3}.$
d) $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

16. (Unesp 1995) A distância entre dois lados paralelos de um hexágono regular é igual a 2 $\sqrt{3}$ cm. A medida do lado desse hexágono, em centímetros, é:
b) 2.
c) 2,5.
d) 3.
e) 4.

17. (G1 - cftmg 2006) Uma circunferência, inscrita em um quadrado cuja diagonal mede 20 cm, possui comprimento, em cm, igual a

18. (Fuvest 2005) A soma das distâncias de um ponto interior de um triângulo equilátero aos seus lados é 9. Assim, a medida do lado do triângulo é
a) $5\sqrt{3}$
b) $6\sqrt{3}$
c) $7\sqrt{3}$

d) $8\sqrt{3}$
e) $9\sqrt{3}$

19. (Uel 1999) Se um círculo de 5 cm de raio está inscrito em um hexágono regular, o perímetro do hexágono, em centímetros, é igual a

a) $20\sqrt{3}$
b) $18\sqrt{3}$
c) $15\sqrt{2}$
d) $12\sqrt{3}$
e) $9\sqrt{2}$

20. (G1 1996) (Escola Técnica Federal - RJ)
O perímetro de um hexágono regular inscrito em um círculo de 25ðcm^2 de área é igual a
a) 150 cm
b) 75 cm
c) 25 cm
d) 15 cm
e) 30 cm

21. (Pucrj 2001) Qual a razão entre os raios dos círculos circunscrito e inscrito de um triângulo equilátero de lado a?
a) 2.
b) $\sqrt{3}$.
c) $\sqrt{2}$.
d) 3a.
e) $\sqrt{3a^2}$.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

Como o raio r do círculo inscrito no hexágono é a metade da distância entre os lados paralelos, segue que $r = \frac{1}{2}\text{cm}.$ Logo, o lado do hexágono regular é dado por

$$\frac{2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\text{cm}.$$

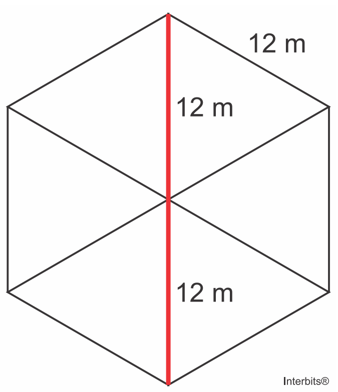
Resposta da questão 2:
[D]

Sejam ℓ o lado do quadrado e r o raio do círculo circunscrito.

$$2r = \ell\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 3\text{ cm}.$$

Resposta da questão 3:
[C]

Um hexágono regular possui lado igual ao raio da circunferência a qual está inscrito. Assim, o comprimento do muro será igual ao diâmetro, ou 24 metros. Pode-se desenhar:

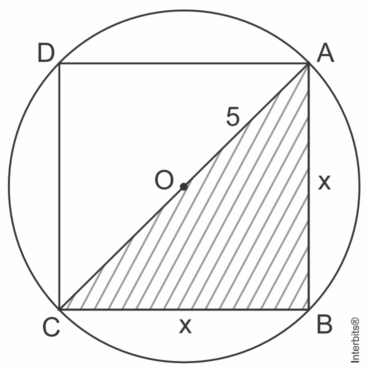


Resposta da questão 4:
[A]

Um hexágono regular é formado por seis triângulos equiláteros (seus lados medem o mesmo que o raio da circunferência circunscrita). Assim, calculando a área, tem-se:

$$S_{\text{hexágono}} = 6 \cdot \frac{R^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow S_{\text{hexágono}} = 3\sqrt{3}$$

Resposta da questão 5:
[E]



Na figura x é a medida do lado do quadrado e $AC = 10\text{cm},$ daí temos:

$$x^2 + x^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 = 50$$

Portanto, a área do quadrado é 50cm^2.

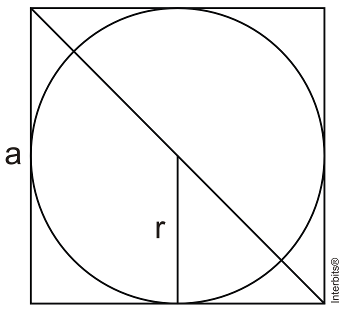
Resposta da questão 6:
[B]

Como o hexágono regular está inscrito no círculo, sua área é dada por:

$$6 \cdot \frac{\sqrt{6}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

Portanto, o número que multiplica $\sqrt{3}$ é o 9.

Resposta da questão 7:
[A]



$$a\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$a = 10$$

$$r = 10/2 = 5$$

Portanto, o comprimento da circunferência será dado por: $C = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10\pi\text{cm}.$

Resposta da questão 8:
[D]

É imediato que a altura do triângulo considerado mede $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Sendo a medida do segmento que une o baricentro a um vértice do triângulo equilátero igual a $\frac{2}{3}$ da altura, e a medida do segmento que une o baricentro ao ponto médio do lado oposto ao vértice considerado igual a $\frac{1}{3}$ da altura, tem-se que a resposta é $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ e $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Resposta da questão 9:
[A]

Sabendo que $L_6 = \frac{\sqrt{3}}{3}r$ e $\ell_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}r,$ com r sendo o raio da circunferência, tem-se que razão pedida é

$$\frac{\dfrac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}}{\dfrac{3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}r\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{8}.$$

Resposta da questão 10:
[D]
Considerando que o diagonal do quadrado mede $2r$ e que o lado deste quadrado mede $2 \cdot a_4$, podemos escrever que:

$$2 \cdot a_4 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot r \Rightarrow a_4 = \frac{r}{\sqrt{2}} \Rightarrow a_4 = \frac{r \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Resposta da questão 11:
ANULADA
(Questão anulada, conforme gabarito)

Sabendo que o lado ℓ de um triângulo equilátero é dado por $\ell = 2a\sqrt{3},$ com a sendo o seu apótema, podemos concluir que a área desse triângulo é igual a

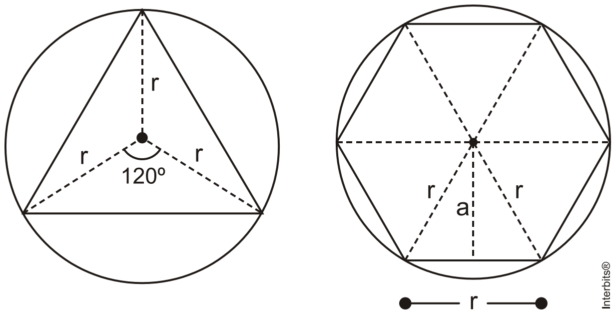
$$\begin{aligned}\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} &= \frac{(2 \cdot 2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \\ &= 12\sqrt{3}\,\text{cm}^2.\end{aligned}$$

Portanto, não há alternativa correta.

Resposta da questão 12:
[B]

Resposta da questão 13:
[A]

Resposta da questão 14:
[E]



$$a = \frac{r \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$ (no hexágono regular)

A área S do triângulo será dada por:

$$S = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \operatorname{sen}120^\circ = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}.$$

Resposta da questão 15:
[A]

Desde que $2R = 3\sqrt{2}$ e $2r = 3,$ temos

$$\frac{2r}{2R} = \frac{3}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Resposta da questão 16:
[B]

Resposta da questão 17:
[C]

Resposta da questão 18:
[B]

Resposta da questão 19:
[A]

Resposta da questão 20:
[E]

Resposta da questão 21:
[A]