O MEU PROFESSOR DE EXATAS

1. (Enem 2010) Um satélite de telecomunicações, *t* minutos após ter atingido sua órbita, está a *r* quilômetros de distância do centro da Terra. Quando *r* assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de *r* em função de *t* seja dado por

$$r(t) = \frac{5865}{1 + 0{,}15.\cos(0{,}06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de *r*, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por S.

O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de
a) 12 765 km.
b) 12 000 km.
c) 11 730 km.
d) 10 965 km.
e) 5 865 km.

2. (Enem 2017) Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B\cos(kt)$ em que A, B e k são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.
Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P(t)$ obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi
a) $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$
b) $P(t) = 78 + 42\cos(3\pi t)$
c) $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$
d) $P(t) = 99 + 21\cos(t)$
e) $P(t) = 78 + 42\cos(t)$

3. (G1 - ifal 2016) O valor da expressão $\dfrac{\text{sen } 30° + \text{tg } 225°}{\cos\frac{\pi}{2} - \text{sen }(-60°)}$ é

a) 1.
b) $\frac{1}{2}$.
c) $-\sqrt{3}$.
d) $\sqrt{3}$.
e) $-\frac{1}{2}$.

4. (Pucrs 2017) A pressão arterial é a pressão que o sangue exerce sobre as paredes das artérias. Ela atinge o valor máximo (pressão sistólica) quando os ventrículos se contraem, e o valor mínimo (pressão diastólica) quando eles estão em repouso. Suponhamos que a variação da pressão arterial (em mmHg) de um cidadão portoalegrense em função do tempo (em segundos) é dada por $P(t) = 100 - 20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right)$. Diante disso, os valores da pressão diastólica e sistólica, em mmHg, são iguais, respectivamente, a

a) 60 e 100
b) 60 e 120
c) 80 e 120
d) 80 e 130
e) 90 e 120

5. (Imed 2018) A atração gravitacional que existe entre a Terra e a Lua provoca, entre outros fenômenos, o da chamada maré astronômica, que se caracteriza pelo periódico aumento e diminuição do nível do mar. Medindo e tabulando essas variações, os estudiosos do assunto podem descrever matematicamente o comportamento do nível do mar em determinado local por meio de uma função.

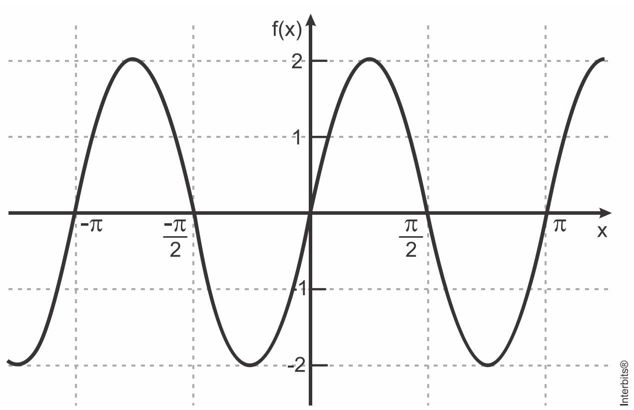
A fórmula a seguir corresponde a medições feitas na cidade de Boston, no dia 10 de fevereiro de 1990.

$$h(t) = 1{,}5 + 1{,}4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right)$$

Nessa função, $h(t)$ (em metros) corresponde à altura do nível do mar, e t, ao tempo transcorrido desde a meia-noite (em horas). Com base nessas informações, quantas horas se passaram desde o início da medição até que o nível do mar tenha atingido $2{,}2$ metros pela primeira vez?

a) 2 horas
b) 3 horas
c) 4 horas
d) 5 horas
e) 6 horas

6. (Ucs 2016) O gráfico abaixo representa uma função real de variável real.



Assinale a alternativa em que consta a função representada pelo gráfico.

a) $f(x) = -2\cos x$

b) $f(x) = 2\cos\frac{x}{2}$
c) $f(x) = 2\,\text{sen}\,x$
d) $f(x) = 2\,\text{sen}\,2x$
e) $f(x) = \text{sen}\frac{x}{2}$

7. (Ufrgs 2019) Considere a função real de variável real $f(x) = 3 - 5\,\text{sen}\,(2x + 4)$. Os valores de máximo, mínimo e o período de $f(x)$ são, respectivamente,
a) $-2, 8, \pi.$
b) $8, -2, \pi.$
c) $\pi. -2, 8.$
d) $\pi, 8, -2.$
e) $8, \pi, -2.$

8. (Enem PPL 2015) Um técnico precisa consertar o termostato do aparelho de ar-condicionado de um escritório, que está desregulado. A temperatura T, em graus Celsius, no escritório, varia de acordo com a função $T(h) = A + B\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(h - 12)\right)$, sendo h o tempo, medido em horas, a partir da meia-noite $(0 \leq h \leq 24)$ e *A* e *B* os parâmetros que o técnico precisa regular. Os funcionários do escritório pediram que a temperatura máxima fosse $26\ °C$, a mínima $18\ °C$, e que durante a tarde a temperatura fosse menor do que durante a manhã.

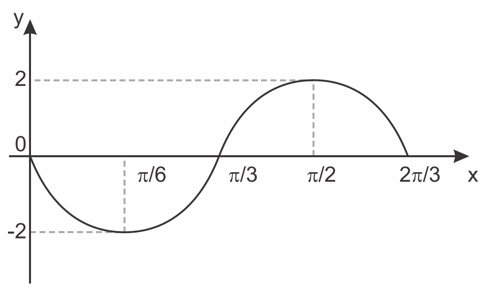
Quais devem ser os valores de *A* e de *B* para que o pedido dos funcionários seja atendido?
a) $A = 18$ e $B = 8$
b) $A = 22$ e $B = -4$
c) $A = 22$ e $B = 4$
d) $A = 26$ e $B = -8$
e) $A = 26$ e $B = 8$

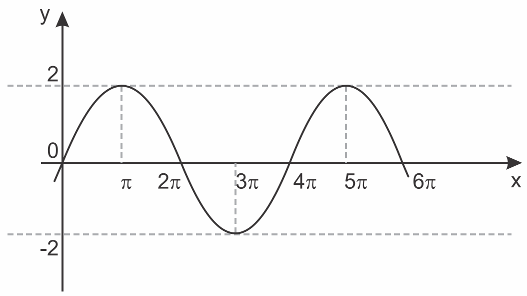
9. (Ufsm 2013) Em muitas cidades, os poluentes emitidos em excesso pelos veículos causam graves problemas a toda população. Durante o inverno, a poluição demora mais para se dissipar na atmosfera, favorecendo o surgimento de doenças respiratórias.
Suponha que a função

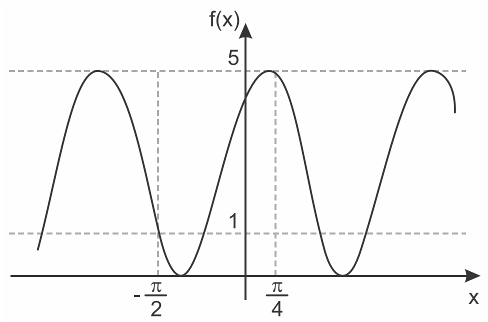
$$N(x) = 180 - 54\cos\left(\frac{\pi}{6}(x - 1)\right)$$

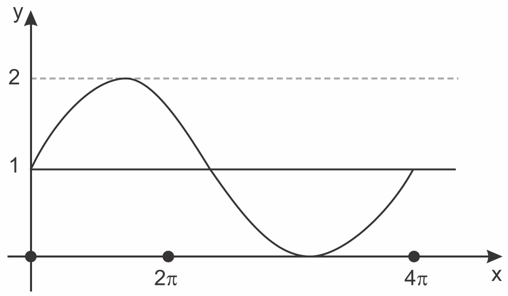
represente o número de pessoas com doenças respiratórias registrado num Centro de Saúde, com $x = 1$ correspondendo ao mês de janeiro, $x = 2$, ao mês de fevereiro e assim por diante.
A soma do número de pessoas com doenças respiratórias registrado nos meses de janeiro, março, maio e julho é igual a
a) 693.
b) 720.
c) 747.
d) 774.
e) 936.

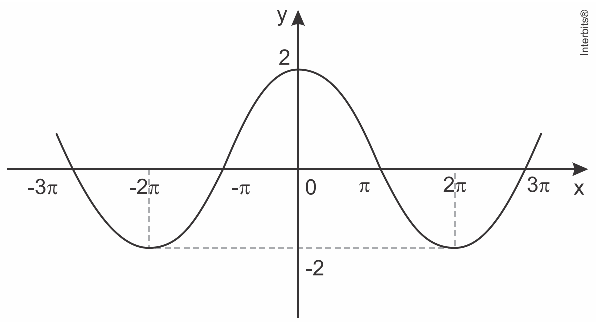
10. (Upe-ssa 3 2016) Qual dos gráficos a seguir representa a função $f(x) = -2\,\text{sen}\,3x$?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

11. (Ufrgs 2010) O período da função definida por $f(x) = \text{sen}\left(3x - \dfrac{\pi}{2}\right)$ é

a) $\dfrac{\pi}{2}$.

b) $\frac{2\pi}{3}$.
c) $\frac{5\pi}{6}$.
d) π.
e) 2π.

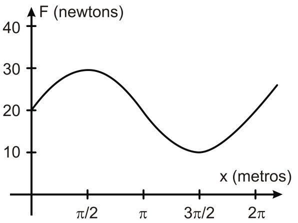
12. (G1 - ifpe 2016) Na cidade de Recife, mesmo que muito discretamente, devido à pequena latitude em que nos encontramos, percebemos que, no verão, o dia se estende um pouco mais em relação à noite e, no inverno, esse fenômeno se inverte. Já em outros lugares do nosso planeta, devido a grandes latitudes, essa variação se dá de forma muito mais acentuada. É o caso de Ancara, na Turquia, onde a duração de luz solar L, *em horas,* no dia d do ano, após 21 de março, é dada pela função:

$$L(d) = 12 + 2{,}8 \cdot \text{sen}\left[\frac{2\pi}{365}(d - 80)\right]$$

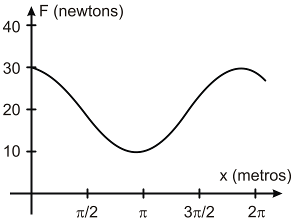
Determine, em horas, respectivamente, a máxima e a mínima duração de luz solar durante um dia em Ancara.
a) $12{,}8$ e 12
b) $14{,}8$ e $9{,}2$
c) $12{,}8$ e $9{,}2$
d) 12 e 12
e) $14{,}8$ e 12

13. (Uece 2018) Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{3}{2 + \text{sen}\, x}$. Se M e m são respectivamente os valores máximo e mínimo que a função f assume, o valor do produto $M \cdot m$ é
a) $2{,}0$.
b) $3{,}5$.
c) $3{,}0$.
d) $1{,}5$.

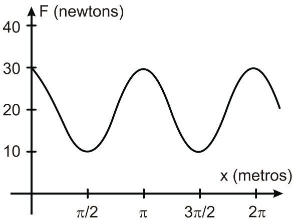
14. (Ucs 2012) Para colocar um objeto em movimento e deslocá-lo sobre uma trajetória retilínea por x metros, é necessário aplicar uma força de $20 + 10\ \text{sen}(x)$ newtons sobre ele. Em qual dos gráficos abaixo, no intervalo $[0,3]$, está representada a relação entre a força aplicada e a distância, quando o objeto é deslocado até 3 metros?

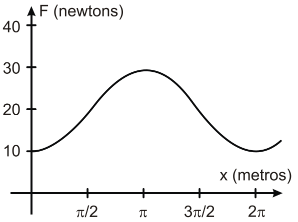


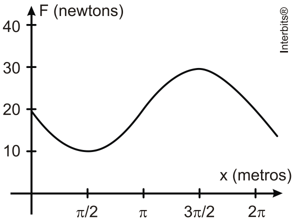
a)



b)

c) 

d) 

e) 

15. (Uern 2013) A razão entre o maior e o menor número inteiro que pertencem ao conjunto imagem da função trigonométrica $y = -4 + 2\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ é

a) 2.

b) $\frac{1}{3}$.

c) – 3.

d) $-\frac{1}{2}$.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

Maior valor (cos (0,06t) = -1) $\Rightarrow r(t) = \dfrac{5865}{1+0{,}15.(-1)} = 6900$

Menor valor(cos(0,06t) = 1) $\Rightarrow$ $r(t) = \dfrac{5865}{1+0{,}15.(1)} = 5100$

Somando, temos:
6900 + 5100 = 12000

Resposta da questão 2:
[A]

Calculando:

$P(t) = A + B\cos(kt)$

$$\begin{cases} A + B\cdot\cos(kt) = 120 \\ A - B\cdot\cos(kt) = 78 \end{cases} \Rightarrow 2A = 198 \Rightarrow A = 99$$

$P_{máx} \Rightarrow \cos(kt) = 1$

$99 + B = 120 \Rightarrow B = 21$

$$\frac{90 \text{ batimentos}}{60 \text{ segundos}} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{6}{9}s = \frac{2}{3}s$$

$$k = \frac{2\pi}{T} = \frac{3}{2}\cdot 2\pi = 3\pi$$

Assim:

$P(t) = 99 + 21\cdot\cos(3\pi t)$

Resposta da questão 3:
[D]

Calculando:

$$\frac{\text{sen}\,30° + \text{tg}\,225°}{\cos\frac{\pi}{2} - \text{sen}(-60°)} = \frac{\text{sen}\,30° + \text{tg}\,45°}{\cos 90° - \text{sen}\,(-60°)} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{0 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Resposta da questão 4:
[C]

Sabendo que o valor máximo de $\cos\left(\dfrac{8\pi}{3}\cdot t\right)$ é $1,$ podemos concluir que o valor da pressão diastólica é $100 - 20 = 80\,\text{mmHg}.$

Por outro lado, sendo -1 o valor mínimo de $\cos\left(\dfrac{8\pi}{3}\cdot t\right),$ segue que o valor da pressão sistólica é $100 - 20\cdot(-1) = 120\,\text{mmHg}.$

Resposta da questão 5:
[A]

Calculando:

O MEU PROFESSOR DE EXATAS

$h(t)=2,2=1,5+1,4\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot t\right)\Rightarrow 1,4\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot t\right)=2,2-1,5\Rightarrow\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot t\right)=\frac{0,7}{1,4}\Rightarrow\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot t\right)=\frac{1}{2}$

1° Quadrante $\Rightarrow\frac{\pi}{6}\cdot t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=2$ horas

Resposta da questão 6:
[D]

Desde que $f(0)=0$ e $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2,$ dentre as leis apresentadas, só pode ser $f(x)=2\,\text{sen}\,2x.$

Resposta da questão 7:
[B]

Calculando:
$f(x)=3-5\ \text{sen}\ (2x+4)$
$\text{sen}\ (2x+4)=\pm1\Rightarrow\begin{cases}f(x)=3+5=8\Rightarrow \text{máx}\\ f(x)=3-5=-2\Rightarrow \text{mín}\end{cases}$
$\text{Período}\Rightarrow\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{2}=\pi$

Resposta da questão 8:
[B]

Substituindo os valores na equação por $26\,°C$ pela manhã, às 6h e $18\,°C$ às 18h, tem-se:

$T(h)=A+B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(h-12)\right)$

$T(6)=26=A+B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(6-12)\right)\rightarrow 26=A+B\ \text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow 26=A-B$

$T(18)=18=A+B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(18-12)\right)\rightarrow 18=A+B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow 18=A+B$

$\begin{cases}A-B=26\\ A+B=18\end{cases}$

$2A=44\rightarrow A=22\rightarrow B=-4$

Resposta da questão 9:
[B]

Sabendo-se que ângulos suplementares têm cossenos simétricos, concluímos que:

$$\begin{aligned}f(1)+f(3)+f(5)+f(7)&=4\cdot180-54\cdot\left(\cos0+\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{2\pi}{3}+\cos\pi\right)\\&=720.\end{aligned}$$

Resposta da questão 10:
[A]

Somente o primeiro gráfico apresenta as características da função $f(x)=-2\ \text{sen}\ 3x:$ amplitude 2, início decrescente e na origem.

Resposta da questão 11:
[B]

$$P = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3}$$

Resposta da questão 12:
[B]

Considerando a função dada por: $L(d) = 12 + 2,8 \cdot \text{sen}\left[\frac{2\pi}{365}(d - 80)\right]$, temos que:

O maior valor de $\text{sen}\left[\frac{2\pi}{365}(d - 80)\right]$ é $(+1)$ e o menor é (-1).

Logo,
Máxima duração solar $\Rightarrow L(d) = 12 + 2,8 \cdot (+1) \Rightarrow L(d) = 14,8$ horas
Mínima duração solar $\Rightarrow L(d) = 12 + 2,8 \cdot (-1) \Rightarrow L(d) = 9,2$ horas

Resposta da questão 13:
[C]

Calculando:

$$f(x) = \frac{3}{2 + \text{sen } x}$$

$$\left.\begin{array}{l} M = f_{\text{máx}}(x) \Rightarrow \text{sen } x = -1 \Rightarrow f(x) = {}^{3}\!/_{1} = 3 \\ m = f_{\text{mín}}(x) \Rightarrow \text{sen } x = 1 \Rightarrow f(x) = {}^{3}\!/_{3} = 1 \end{array}\right\rangle \Rightarrow M \cdot m = 3 \cdot 1 = 3$$

Resposta da questão 14:
[A]

Sabemos que a lei de F é $F(x) = 20 + 10\,\text{sen}(x)$.

Portanto, como $F(0) = 20$ e $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 20 + 10 = 30$, segue que a alternativa [A] apresenta o gráfico de F no intervalo $[0,\ 3]$.

Resposta da questão 15:
[B]

Supondo que a função esteja definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, segue-se que a sua imagem é

$$\text{Im} = [-4 + 2 \cdot (-1),\ -4 + 2 \cdot 1] = [-6,\ -2].$$

Portanto, o resultado é igual a $\frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$.