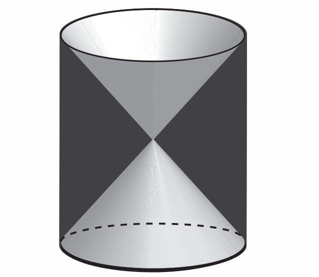
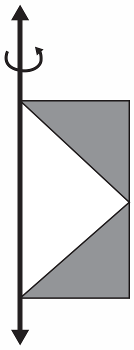
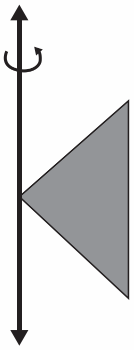
1. (Enem PPL 2018) A figura mostra uma anticlepsidra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidam com as bases desse cilindro. A anticlepsidra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.

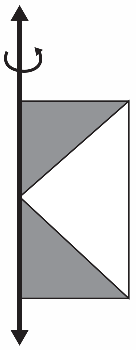


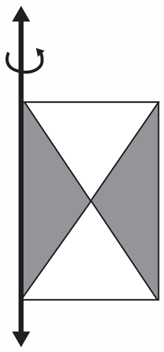
Disponível em: www.klickeducacao.com.br.
Acesso em: 12 dez. 2012 (adaptado).

A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticlepsidra como a da figura acima é

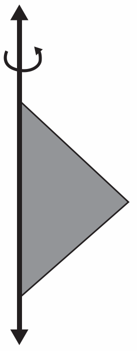
a) 

b) 

c) 



d)



e)

2. (Enem (Libras) 2017) Com o objetivo de reformar os tambores cilíndricos de uma escola de samba, um alegorista decidiu colar adereços plásticos na forma de losango, como ilustrado na Figura 1, nas faces laterais dos tambores. Nesta colagem, os vértices opostos P e Q do adereço deverão pertencer às circunferências do topo e da base do tambor cilíndrico, respectivamente, e os vértices opostos R e S deverão coincidir após a colagem do adereço no tambor, conforme ilustra a Figura 2. Considere que o diâmetro do cilindro correspondente ao tambor meça $0,4$ metro. Utilize $3,1$ como aproximação para π.

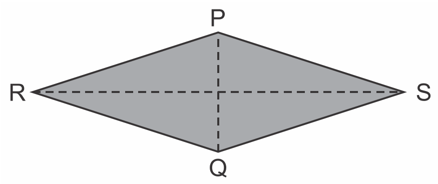


Figura 1

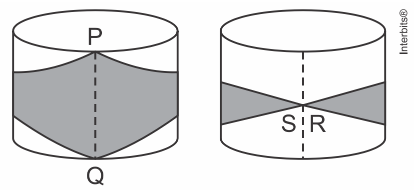
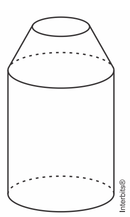


Figura 2

A diagonal RS do adereço a ser confeccionado pelo alegorista deve medir, em metro,

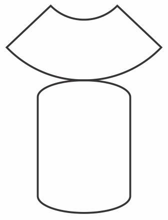
a) $0,124$.
b) $0,400$.
c) $0,496$.
d) $1,240$.
e) $2,480$.

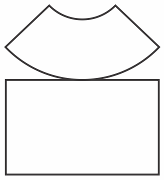
3. (Enem (Libras) 2017) Para divulgar sua marca, uma empresa produziu um porta-canetas de brinde, na forma do sólido composto por um cilindro e um tronco de cone, como na figura.

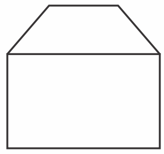


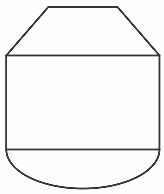
Para recobrir toda a superfície lateral do brinde, essa empresa encomendará um adesivo na forma planificada dessa superfície.

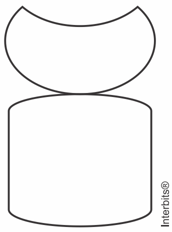
Que formato terá esse adesivo?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

4. (Enem PPL 2016) Na reforma e estilização de um instrumento de percussão, em formato cilíndrico (bumbo), será colada uma faixa decorativa retangular, como a indicada na Figura 1, suficiente para cobrir integralmente, e sem sobra, toda a superfície lateral do instrumento.

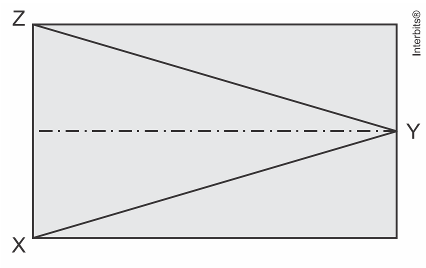
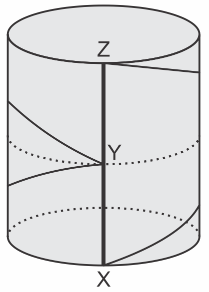
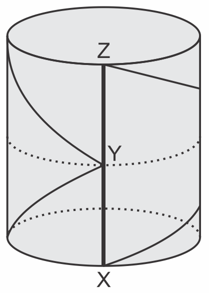
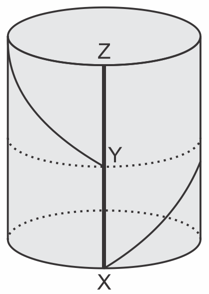


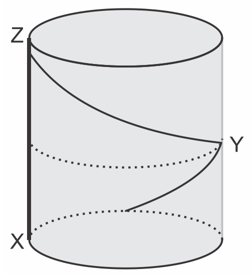
Figura 1

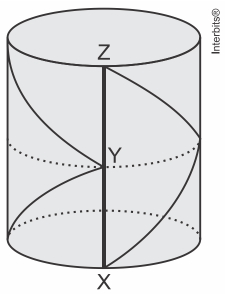
Como ficará o instrumento após a colagem?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

5**.** (Enem PPL 2015) Em uma confeitaria, um cliente comprou um *cupcake* (pequeno bolo no formato de um tronco de cone regular mais uma cobertura, geralmente composta por um creme), semelhante ao apresentado na figura:

Como o bolinho não seria consumido no estabelecimento, o vendedor verificou que as caixas disponíveis para embalar o doce eram todas em formato de blocos retangulares, cujas medidas estão apresentadas no quadro:

Embalagem	Dimensões (comprimento $\times$ largura $\times$ altura)
I	$8{,}5\text{ cm} \times 12{,}2\text{ cm} \times 9{,}0\text{ cm}$
II	$10\text{ cm} \times 11\text{ cm} \times 15\text{ cm}$
III	$7{,}2\text{ cm} \times 8{,}2\text{ cm} \times 16\text{ cm}$
IV	$7{,}5\text{ cm} \times 7{,}8\text{ cm} \times 9{,}5\text{ cm}$
V	$15\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

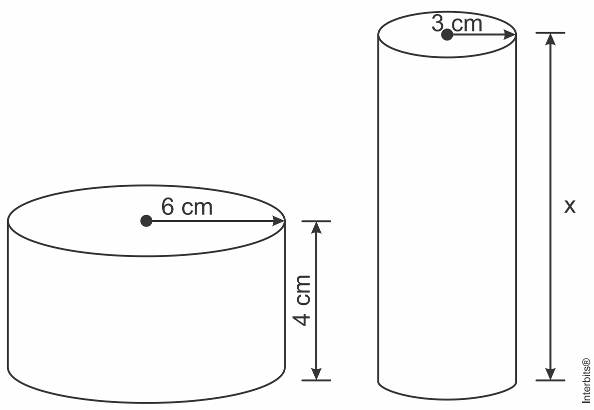
A embalagem mais apropriada para armazenar o doce, de forma a não o deformar e com menor desperdício de espaço na caixa, é
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

6. (Enem PPL 2015) Ao se perfurar um poço no chão, na forma de um cilindro circular reto, toda a terra retirada é amontoada na forma de um cone circular reto, cujo raio da base é o triplo do raio do poço e a altura é 2,4 metros. Sabe-se que o volume desse cone de terra é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, pois a terra fica mais fofa após ser escavada.

Qual é a profundidade, em metros, desse poço?
a) 1,44
b) 6,00
c) 7,20
d) 8,64
e) 36,00

7. (Enem PPL 2015) Uma fábrica brasileira de exportação de peixes vende para o exterior atum em conserva, em dois tipos de latas cilíndricas: uma de altura igual a 4 cm e raio 6 cm, e

outra de altura desconhecida e raio de 3 cm, respectivamente, conforme figura. Sabe-se que a medida do volume da lata que possui raio maior, $V1$, é 1,6 vezes a medida do volume da lata que possui raio menor, $V2$.



A medida da altura desconhecida vale
a) 8 cm.
b) 10 cm.
c) 16 cm.
d) 20 cm.
e) 40 cm.

8. (Enem PPL 2015) Um artesão fabrica vários tipos de potes cilíndricos. Mostrou a um cliente um pote de raio de base a e altura b. Esse cliente, por sua vez, quer comprar um pote com o dobro do volume do pote apresentado. O artesão diz que possui potes com as seguintes dimensões:

- Pote I: raio a e altura $2b$
- Pote II: raio $2a$ e altura b
- Pote III: raio $2a$ e altura $2b$
- Pote IV: raio $4a$ e altura b
- Pote V: raio $4a$ e altura $2b$

O pote que satisfaz a condição imposta pelo cliente é o
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

9. (Enem PPL 2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.

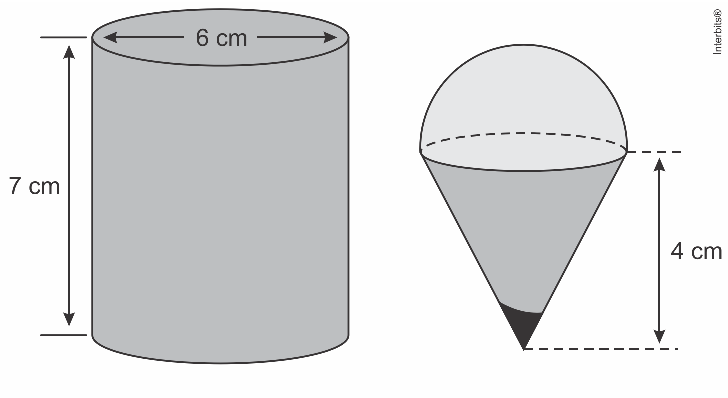


Figura 1   Figura 2

O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$;

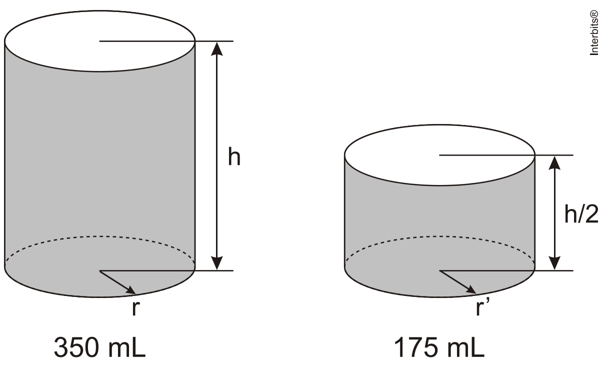
O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é
a) 45.
b) 48.
c) 72.
d) 90.
e) 99.

10. (Enem PPL 2013) Um fabricante de bebidas, numa jogada de *marketing*, quer lançar no mercado novas embalagens de latas de alumínio para os seus refrigerantes. As atuais latas de 350 mL devem ser substituídas por uma nova embalagem com metade desse volume, conforme mostra a figura:



De acordo com os dados anteriores, qual a relação entre o raio **r'** da embalagem de 175 mL e o raio **r** da embalagem de 350 mL?
a) $r' = \sqrt{r}$
b) $r' = \frac{r}{2}$
c) $r' = r$
d) $r' = 2r$

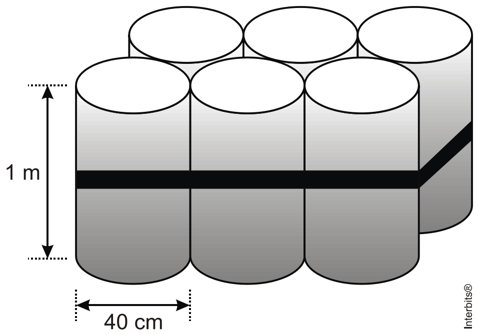
e) $r' = \sqrt[3]{2}$

11. (Enem PPL 2012) Uma prefeitura possui modelos de lixeira de forma cilíndrica, sem tampa, com raio medindo 10 cm e altura de 50 cm. Para fazer uma compra adicional, solicita à empresa fabricante um orçamento de novas lixeiras, com a mesma forma e outras dimensões. A prefeitura só irá adquirir as novas lixeiras se a capacidade de cada uma for no mínimo dez vezes maior que o modelo atual e seu custo unitário não ultrapassar R$ 20,00. O custo de cada lixeira é proporcional à sua área total e o preço do material utilizado na sua fabricação é de R$ 0,20 para cada 100 cm^2. A empresa apresenta um orçamento discriminando o custo unitário e as dimensões, com o raio sendo o triplo do anterior e a altura aumentada em 10 cm. (Aproxime π para 3.)

O orçamento dessa empresa é rejeitado pela prefeitura, pois
a) o custo de cada lixeira ficou em R$ 21,60.
b) o custo de cada lixeira ficou em R$ 27,00.
c) o custo de cada lixeira ficou em R$ 32,40.
d) a capacidade de cada lixeira ficou 3 vezes maior.
e) capacidade de cada lixeira ficou 9 vezes maior.

12. (Enem 2ª aplicação 2010) João tem uma loja onde fabrica e vende moedas de chocolate com diâmetro de 4 cm e preço de R$ 1,50 a unidade. Pedro vai a essa loja e, após comer várias moedas de chocolate, sugere ao João que ele faça moedas com 8 cm de diâmetro e mesma espessura e cobre R$ 3,00 a unidade.
Considerando que o preço da moeda depende apenas da quantidade de chocolate, João
a) aceita a proposta de Pedro, pois, se dobra o diâmetro, o preço também deve dobrar.
b) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 12,00.
c) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 7,50.
d) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 6,00.
e) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 4,50.

13. (Enem 2ª aplicação 2010) O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de (considere $\pi \cong 3$)
a) R$ 86,40.
b) R$ 21,60.
c) R$ 8,64.
d) R$ 7,20.
e) R$ 1,80.

14. (Enem 2ª aplicação 2010) Certa marca de suco é vendida no mercado em embalagens tradicionais de forma cilíndrica. Relançando a marca, o fabricante pôs à venda embalagens menores, reduzindo a embalagem tradicional à terça parte de sua capacidade.

Por questões operacionais, a fábrica que fornece as embalagens manteve a mesma forma, porém reduziu à metade o valor do raio da base da embalagem tradicional na construção da nova embalagem. Para atender à solicitação de redução da capacidade, após a redução no raio, foi necessário determinar a altura da nova embalagem.
Que expressão relaciona a medida da altura da nova embalagem de suco (a) com a altura da embalagem tradicional (*h*)?

a) $a = \frac{h}{12}$

b) $a = \frac{h}{6}$

c) $a = \frac{2h}{3}$

d) $a = \frac{4h}{3}$

e) $a = \frac{4h}{9}$

15. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma empresa de refrigerantes, que funciona sem interrupções, produz um volume constante de 1 800 000 cm3 de líquido por dia. A máquina de encher garrafas apresentou um defeito durante 24 horas. O inspetor de produção percebeu que o líquido chegou apenas à altura de 12 cm dos 20 cm previstos em cada garrafa. A parte inferior da garrafa em que foi depositado o líquido tem forma cilíndrica com raio da base de 3 cm. Por questões de higiene, o líquido já engarrafado não será reutilizado.
Utilizando $\pi \cong 3$, no período em que a máquina apresentou defeito, aproximadamente quantas garrafas foram utilizadas?
a) 555
b) 5555
c) 1333
d) 13333
e) 133333

16. (Enem 2ª aplicação 2010) Um fabricante de creme de leite comercializa seu produto em embalagens cilíndricas de diâmetro da base medindo 4 cm e altura 13,5 cm. O rótulo de cada uma custa R$ 0,60. Esse fabricante comercializará o referido produto em embalagens ainda cilíndricas de mesma capacidade, mas com a medida do diâmetro da base igual à da altura.

Levando-se em consideração exclusivamente o gasto com o rótulo, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de

a) R$ 0,20, pois haverá uma redução de $\frac{2}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

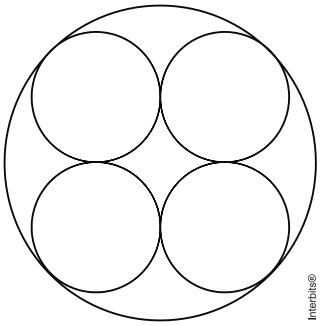
b) R$ 0,40, pois haverá uma redução de $\frac{1}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

c) R$ 0,60, pois não haverá alteração na capacidade da embalagem.

d) R$ 0,80, pois haverá um aumento de $\frac{1}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

e) R$ 1,00, pois haverá um aumento de $\frac{2}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

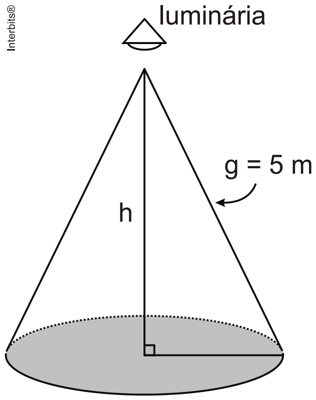
17. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma fábrica de tubos acondiciona tubos cilíndricos menores dentro de outros tubos cilíndricos. A figura mostra uma situação em que quatro tubos cilíndricos estão acondicionados perfeitamente em um tubo com raio maior



Suponha que você seja o operador da máquina que produzirá os tubos maiores em que serão colocados, sem ajustes ou folgas, quatro tubos cilíndricos internos. Se o raio da base de cada um dos cilindros menores for igual a 6 cm, a máquina por você operada deverá ser ajustada para produzir tubos maiores, com raio da base igual a

a) 12 cm
b) $12\sqrt{2}$cm
c) $24\sqrt{2}$cm
d) $6\left(1+\sqrt{2}\right)$cm
e) $12\left(1+\sqrt{2}\right)$cm

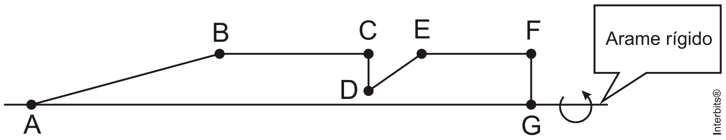
18. (Enem 2ª aplicação 2010) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura



Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de $28,26\text{m}^2$, considerando $\pi \cong 3,14$, a altura h será igual a

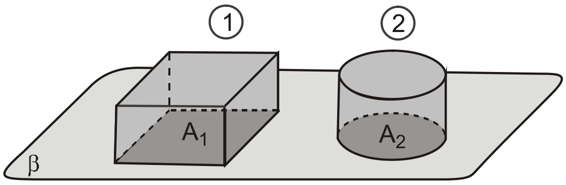
a) 3 m.
b) 4 m.
c) 5 m.
d) 9 m.
e) 16 m.

19. (Enem 2ª aplicação 2010) Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na



Ao girar tal forma em torno do eixo, formou-se a imagem de um foguete, que pode ser pensado como composição, por justaposição, de diversos sólidos básicos de revolução.
Sabendo que, a figura, os pontos B, C, E e F são colineares, AB = 4FG, BC = 3FG, EF = 2FG, e utilizando-se daquela forma de pensar o foguete, a decomposição deste, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos:
a) pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto.
b) cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero.
c) cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero.
d) cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro.
e) cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

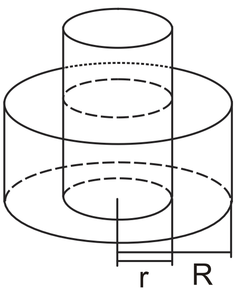
20**.** (Enem cancelado 2009) Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.



Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, A_1 e A_2 as áreas das bases das formas 1 e 2, e V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L?

a) L = r
b) L = 2r
c) L = πr
d) L = $r\sqrt{\pi}$
e) L = $\frac{(\pi r2)}{2}$

21**.** (Enem cancelado 2009) Em uma praça pública, há uma fonte que é formada por dois cilindros, um de raio r e altura h_1, e o outro de raio R e altura h_2. O cilindro do meio enche e, após transbordar, começa a encher o outro.
Se $R = r\sqrt{2}$ e $h_2 = \frac{h_1}{3}$ e, para encher o cilindro do meio, foram necessários 30 minutos, então, para se conseguir encher essa fonte e o segundo cilindro, de modo que fique completamente cheio, serão necessários



a) 20 minutos.
b) 30 minutos.
c) 40 minutos.
d) 50 minutos.
e) 60 minutos.

22. (Enem cancelado 2009) Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por $625\pi\,cm^3$ de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.

Volume do cone: $V_{cone} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

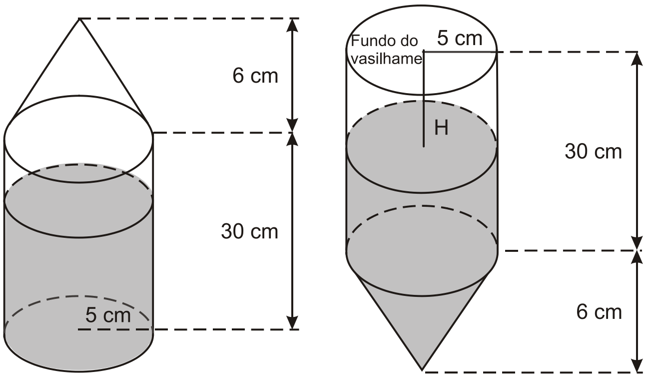
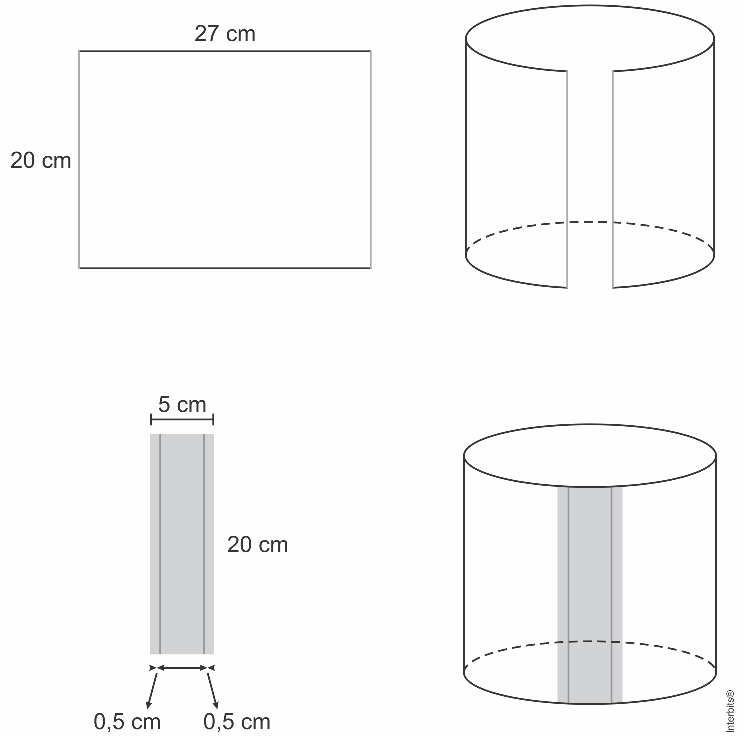


Figura 1 Figura 2

Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância H?
a) 5 cm.
b) 7 cm.
c) 8 cm.
d) 12 cm.
e) 18 cm.

23. (Unesp 2018) Os menores lados de uma folha de papel retangular de 20 cm por 27 cm foram unidos com uma fita adesiva retangular de 20 cm por 5 cm, formando um cilindro circular reto vazado. Na união, as partes da fita adesiva em contato com a folha correspondem a dois retângulos de 20 cm por $0{,}5\text{ cm}$, conforme indica a figura.



Desprezando-se as espessuras da folha e da fita e adotando $\pi = 3{,}1$, o volume desse cilindro é igual a

a) $1.550\ cm^3$.

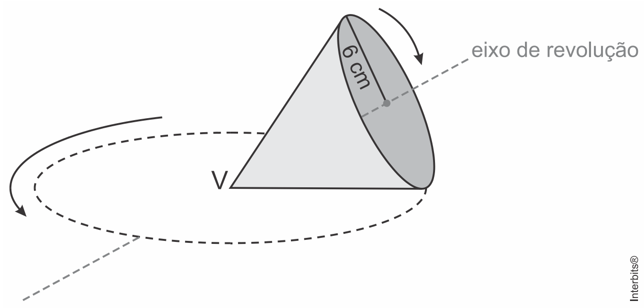
b) $2.540\ cm^3$.

c) $1.652\ cm^3$.

d) $4.805\ cm^3$.

e) $1.922\ cm^3$.

24**.** (Unesp 2017) Um cone circular reto, de vértice V e raio da base igual a $6\ cm$, encontra-se apoiado em uma superfície plana e horizontal sobre uma geratriz. O cone gira sob seu eixo de revolução que passa por V, deslocando-se sobre a superfície plana horizontal, sem escorregar, conforme mostra a figura.



O cone retorna à posição inicial após o círculo da sua base ter efetuado duas voltas completas de giro. Considerando que o volume de um cone é calculado pela fórmula $\frac{\pi r^2 h}{3}$, o volume do cone da figura, em cm^3, é igual a

a) $72\sqrt{3}\pi$

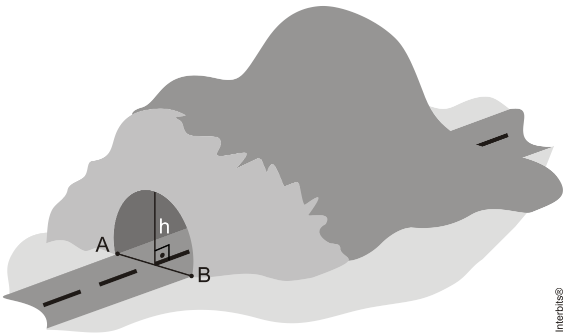
b) $48\sqrt{3}\pi$

c) $36\sqrt{3}\pi$
d) $18\sqrt{3}\pi$
e) $12\sqrt{3}\pi$

25. (Unesp 2014) Prato da culinária japonesa, o *temaki* é um tipo de sushi na forma de cone, enrolado externamente com nori, uma espécie de folha feita a partir de algas marinhas, e recheado com arroz, peixe cru, ovas de peixe, vegetais e uma pasta de maionese e cebolinha.

Um *temaki* típico pode ser representado matematicamente por um cone circular reto em que o diâmetro da base mede 8 cm e a altura 10 cm. Sabendo-se que, em um *temaki* típico de salmão, o peixe corresponde a 90% da massa do seu recheio, que a densidade do salmão é de 0,35 g/cm^3, e tomando $\pi = 3$, a quantidade aproximada de salmão, em gramas, nesse *temaki*, é de
a) 46.
b) 58.
c) 54.
d) 50.
e) 62.

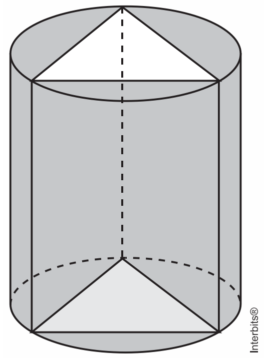
26. (Unesp 2010) Na construção de uma estrada retilínea foi necessário escavar um túnel cilíndrico para atravessar um morro. Esse túnel tem seção transversal na forma de um círculo de raio R seccionado pela corda AB e altura máxima h, relativa à corda, conforme figura.



Sabendo que a extensão do túnel é de 2000 m, que $\overline{AB} = 4\sqrt{3}\text{m}$ e que $h = \frac{3R}{2} = 6\text{m}$, determine o volume aproximado de terra, em m^3, que foi retirado na construção do túnel.

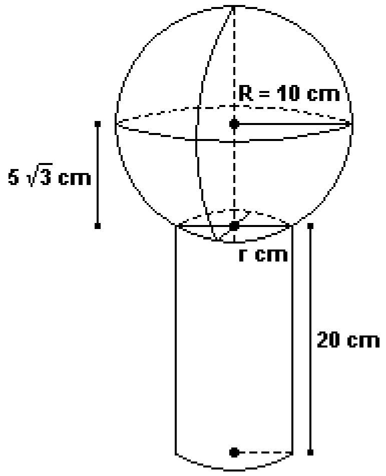
Dados: $\frac{\pi}{3} \approx 1{,}05$ e $\sqrt{3} \approx 1{,}7$.

27. (Unesp 2008) Um porta-canetas tem a forma de um cilindro circular reto de 12 cm de altura e 5 cm de raio. Sua parte interna é um prisma regular de base triangular, como ilustrado na figura, onde o triângulo e equilátero e está inscrito na circunferência.



A região entre o prisma e o cilindro é fechada e não aproveitável. Determine o volume dessa região. Para os cálculos finais, considere as aproximações $\pi = 3$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$.

28. (Unesp 2007) Um troféu para um campeonato de futebol tem a forma de uma esfera de raio R = 10 cm cortada por um plano situado a uma distância de $5\sqrt{3}$ cm do centro da esfera, determinando uma circunferência de raio r cm, e sobreposta a um cilindro circular reto de 20 cm de altura e raio r cm, como na figura (não em escala).

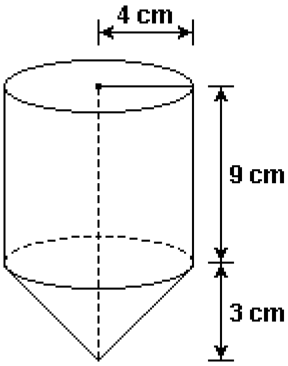


O volume do cilindro, em cm^3, é

a) 100 π
b) 200 π

c) 250 ð
d) 500 ð
e) 750 ð

29. (Unesp 2006) Um paciente recebe por via intravenosa um medicamento à taxa constante de 1,5 ml/min. O frasco do medicamento é formado por uma parte cilíndrica e uma parte cônica, cujas medidas são dadas na figura, e estava cheio quando se iniciou a medicação.



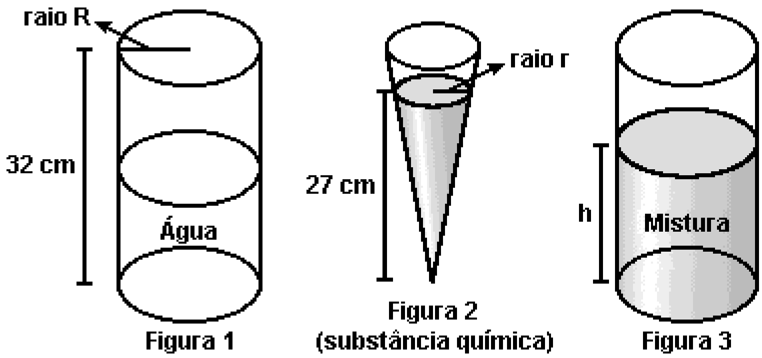
(figura fora de escala)

Após 4h de administração contínua, a medicação foi interrompida. Dado que 1 cm^3 = 1 ml, e usando a aproximação $\pi = 3$, o volume, em ml, do medicamento restante no frasco após a interrupção da medicação é, aproximadamente,

a) 120.
b) 150.
c) 160.
d) 240.
e) 360.

30. (Unesp 2005) Considere um cilindro circular reto de altura x cm e raio da base igual a y cm.
Usando a aproximação ð = 3, determine x e y nos seguintes casos:
a) o volume do cilindro é 243 cm^3 e a altura é igual ao triplo do raio;
b) a área da superfície lateral do cilindro é 450 cm^2 e a altura tem 10 cm a mais que o raio.

31. (Unesp 2004) Um recipiente, na forma de um cilindro circular reto de raio R e altura 32 cm, está até à metade com água (figura 1). Outro recipiente, na forma de um cone circular reto, contém uma substância química que forma um cone de altura 27 cm e raio r (figura 2).



a) Sabendo que R = $\left(\frac{3}{2}\right)$r, determine o volume da água no cilindro e o volume da substância química no cone, em função de r. (Para facilitar os cálculos, use a aproximação ð = 3.)
b) A substância química do cone é despejada no cilindro, formando uma mistura homogênea (figura 3). Determine a concentração (porcentagem) da substância química na mistura e a altura h atingida pela mistura no cilindro.

32. (Unesp 2004) Um recipiente tampado, na forma de um cone circular reto de altura 18 cm e

raio 6 cm, contém um líquido até a altura de 15 cm (figura 1). A seguir, a posição do recipiente é invertida (figura 2).

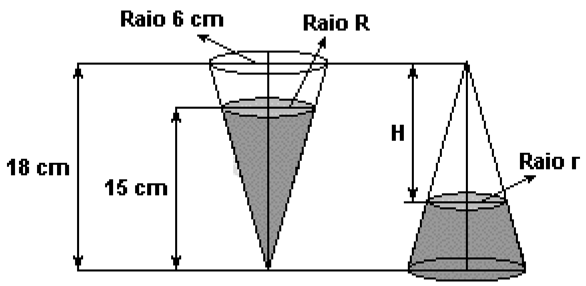


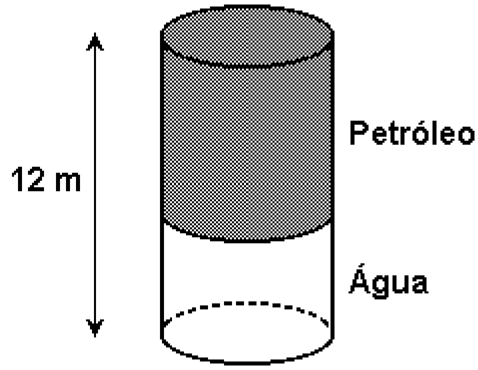
Figura 1 Figura 2

Sendo R e r os raios mostrados nas figuras,

a) determine R e o volume do líquido no cone em cm^3 (figura 1), como múltiplo de ð.

b) dado que r = $\sqrt[3]{91}$, determine a altura H da parte sem líquido do cone na figura 2. (Use a aproximação $\sqrt[3]{91} \approx \frac{9}{2}$.)

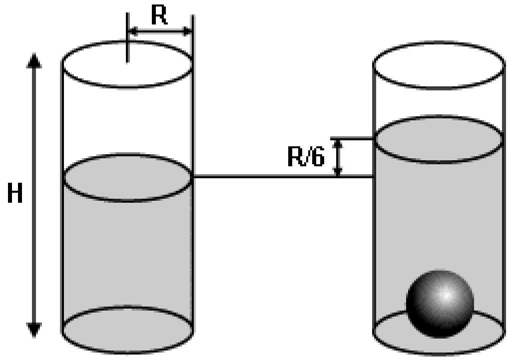
33. (Unesp 2003) Um tanque subterrâneo, que tem a forma de um cilindro circular reto na posição vertical, está completamente cheio com 30 m^3 de água e 42 m^3 de petróleo.



Se a altura do tanque é 12 metros, a altura, em metros, da camada de petróleo é

a) 2ð.
b) 7.
c) $\frac{(7\pi)}{3}$.
d) 8.
e) $\frac{(8\pi)}{3}$.

34. (Unesp 2003) Em um tanque cilíndrico com raio de base R e altura H contendo água é mergulhada uma esfera de aço de raio r, fazendo com que o nível da água suba $\frac{1}{6}$ R, conforme mostra a figura.



a) Calcule o raio r da esfera em termos de R.

b) Assuma que a altura H do cilindro é 4R e que antes da esfera ser mergulhada, a água ocupava $\frac{3}{4}$ da altura do cilindro. Calcule quantas esferas de aço idênticas à citada podem ser colocadas dentro do cilindro, para que a água atinja o topo do cilindro sem transbordar.

35. (Unesp 2003) Se quadruplicarmos o raio da base de um cilindro, mantendo a sua altura, o volume do cilindro fica multiplicado por

a) 16.
b) 12.
c) 8.
d) 4.
e) 4ð.

36. (Unesp 2001) Considere uma lata cilíndrica de raio r e altura h completamente cheia de um determinado líquido. Este líquido deve ser distribuído totalmente em copos também cilíndricos, cuja altura é um quarto da altura da lata e cujo raio é dois terços do raio da lata.

Determine:

a) os volumes da lata e do copo, em função de r e h;

b) o número de copos necessários, considerando que os copos serão totalmente cheios com o líquido.

37. (Unesp 2000) A base e a altura de um triângulo isósceles medem x e $\frac{12}{\pi}$ centímetros respectivamente. Girando-se o triângulo em torno da altura, obtém-se um cone cuja base é um círculo de área A. Seja y o volume do cone. Lembrando que $y = \frac{(A\,.\,h)}{3}$, onde h denota a altura do cone, determine:

a) o volume y em função de x;
b) considerando a função obtida no item (a), os valores de y quando atribuímos a x os valores 1 cm, 2 cm e 3 cm. Esboce um gráfico cartesiano desta função, para todo $x \geq 0$.

38. (Unesp 1999) Considere dois tubos de ensaio. Um na forma de um cilindro circular reto de raio r e outro na forma de um cone circular reto de raio R. Suponha que o cilindro contenha um líquido até o nível H e que a altura do cone seja sH, onde s é um número real positivo.

a) Determine o volume do líquido contido no cilindro e a capacidade do cone.

b) Admitindo que para s = 3 o líquido cabe todo no cone, mostre que a razão entre o raio do cone e o raio do cilindro é maior ou igual a 1.

39. (Unesp 1998) Suponha que o raio e a altura de um recipiente cilíndrico meçam,

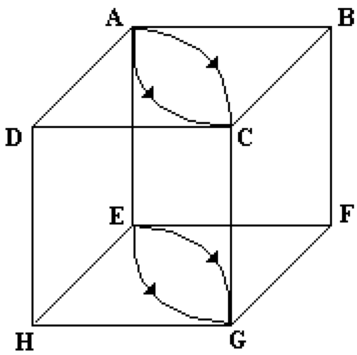
respectivamente, r cm e h cm. Vamos supor ainda que, mantendo r fixo e aumentando h de 1 cm, o volume do recipiente dobre e que, mantendo h fixo e aumentando r de 1 cm, o volume do recipiente quadruplique. Nessas condições, calcule:

a) o valor de h;

b) o valor de r.

40. (Unesp 1998) Considere um cone circular reto cuja altura e cujo raio da base são indicados, respectivamente por h e r, na circunferência da base, tome dois pontos, A e B, tais que AB = r e considere o plano á determinado por A, B e o vértice do cone. Prove que o ângulo formado pelo eixo do cone e o plano á mede 30° se, somente se, h = 3r/2.

41. (Unesp 1996) As arestas dos cubos ABCDEFGH da figura medem 1m. Seja S_1 a parte do cubo que a face AEHD geraria se sofresse uma rotação de 90° em torno do DH até coincidir com DCGH. E seja S_2 a parte do cubo que a face ABFE geraria se sofresse uma rotação de 90° em torno de BF até coincidir com BCGF.



Nessas condições:

a) Determine o volume de S_1 e o de S_2.

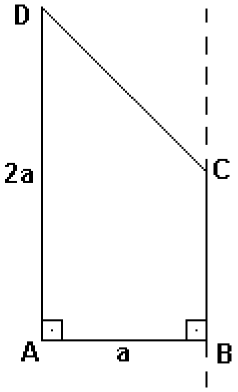
b) Determine o volume de $S_1 \cap S_2$.

42. (Unesp 1994) Um produto é acondicionado em três tipos de embalagens cilíndricas, todas de mesma altura, mas de raios a, b e c, distintos entre si. Se a capacidade da embalagem de raio 'c' é igual à soma da capacidade da embalagem de raio 'a' com a de raio 'b', prove que $c^2 = a^2 + b^2$.

43. (Unesp 1994) Num tonel de forma cilíndrica, está depositada uma quantidade de vinho que ocupa a metade de sua capacidade. Retirando-se 40 litros de seu conteúdo, a altura do nível do vinho baixa de 20%. O número que expressa a capacidade desse tonel, em litros é:

a) 200.
b) 300.
c) 400.
d) 500.
e) 800.

44. (Unesp 1991) No trapézio ABCD da figura a seguir, os ângulos internos em A e B são retos, e o ângulo interno em D é tal que sua tangente vale $\frac{5}{6}$. Se $\overline{AD} = 2 \cdot \overline{AB}$, o volume do sólido obtido ao se girar o trapézio em torno da reta por B e C é dado por:



a) $\left(\dfrac{3}{4}\right)\pi a^3$

b) $\left(\dfrac{5}{8}\right)\pi a^3$

c) $\left(\dfrac{6}{5}\right)\pi a^3$

d) $\left(\dfrac{20}{13}\right)\pi a^3$

e) $\left(\dfrac{8}{5}\right)\pi a^3$

45. (Unesp 1990) Um cone reto tem raio da base R e a altura H. Secciona-se esse cone por um plano paralelo à base e distante h do vértice, obtendo-se um cone menor e um tronco de cone, ambos de mesmo volume. Então:

a) $h = \dfrac{H\sqrt[3]{4}}{2}$

b) $h = \dfrac{H}{\sqrt[3]{2}}$

c) $h = \dfrac{H\sqrt[3]{2}}{2}$

d) $3h = H\sqrt[3]{4}$

e) $h = \dfrac{H\sqrt[3]{3}}{3}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

Considerando o plano paralelo às geratrizes do cilindro, contendo os vértices dos cones, podemos afirmar que a resposta é a figura da alternativa [B].

Resposta da questão 2:
[D]

É imediato que $\overline{RS} = \pi \cdot 0,4 \cong 3,1 \cdot 0,4 = 1,24\text{ m}.$

Resposta da questão 3:
[B]

Sabendo que a superfície lateral de um cilindro reto corresponde à superfície de um retângulo, e que a superfície lateral de um cone corresponde à superfície de um setor circular, podemos concluir que a única alternativa possível é a [B].

Resposta da questão 4:
[A]

Envolvendo o cilindro com o adesivo em questão este apresentará o ponto Y sobreposto ao ponto médio do segmento $XZ.$ Portanto, a alternativa correta é a letra [A].

Resposta da questão 5:
[D]

Se o *cupcake* fosse um prisma, suas medidas seriam $4\text{ cm} \times 7\text{ cm} \times 9\text{ cm}.$ Assim, a menor medida de caixa (que mais se aproxima das medidas do *cupcake*) que pode armazenar o doce, de forma a não o deformar e com menor desperdício de espaço é a embalagem IV.

Resposta da questão 6:
[B]

Sendo r e h as dimensões do cone e R e H as dimensões do poço, calculando o volume do poço e do cone, tem-se:

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3R)^2 \cdot 2,4 \to V_{cone} = 7,2\pi R^2$$

$$V_{poço} = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

Pelo enunciado, sabe-se que o volume do cone é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, logo, pode-se escrever:

$$1,2 \cdot V_{poço} = V_{cone}$$

$$1,2\pi R^2 \cdot H = 7,2\pi R^2$$

$$H = 6\text{ m}$$

Resposta da questão 7:
[B]

Fazendo os cálculos:

$V_1 = \pi \cdot 6^2 \cdot 4$

$V_2 = \pi \cdot 3^2 \cdot x$

$V_1 = 1{,}6 \cdot V_2$

$\pi \cdot 6^2 \cdot 4 = 1{,}6 \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot x$

$144 = 14{,}4x$

$x = 10\text{ cm}$

Resposta da questão 8:
[A]

O volume do cilindro é dado pela área da base multiplicado pela altura. A maneira mais simples de duplicar o volume do mesmo é manter a área da base (ou seja, base a) e duplicar sua altura (ou seja, 2b).

Resposta da questão 9:
[E]

A quantidade de madeira descartada corresponde ao volume do cilindro subtraído dos volumes da semiesfera e do cone. Portanto, o resultado é

$$\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7-4)^3 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 4 \cong 189 - 54 - 36$$
$$= 99\,\text{cm}^3.$$

Resposta da questão 10:
[C]

Volume do primeiro cilindro: $V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volume do segundo cilindro: $V_2 = \pi \cdot (r')^2 \cdot \frac{h}{2}$

Fazendo $V_2 = V_1 / 2,$ temos:

$$\pi \cdot (r')^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{2} \Rightarrow r' = r$$

Resposta da questão 11:
[B]

Área total da nova lixeira: $A = \pi \cdot 30^3 + 2 \cdot \pi \cdot 30 \cdot 60 = 4500\pi = 4500 \cdot 3 = 13500\text{cm}^2.$

Valor da lixeira = $(13500 : 100) \cdot 0{,}20 = \text{R\$}27{,}00.$

Resposta da questão 12:
[D]

Sejam r e $h,$ respectivamente, o raio e a espessura das moedas de chocolate fabricadas atualmente. Logo, o volume V de chocolate de uma moeda é $V = \pi \cdot r^2 \cdot h.$

De acordo com a sugestão de Pedro, o volume V' de chocolate empregado na fabricação de uma moeda com $8\,\text{cm}$ de diâmetro seria $V' = \pi \cdot (2r)^2 \cdot h = 4 \cdot \underbrace{\pi \cdot r^2 \cdot h}_{V} = 4V.$

Supondo que o preço p da moeda seja diretamente proporcional ao volume de chocolate, segue que $p = k \cdot V = \text{R\$}\,1{,}50,$ em que k é a constante de proporcionalidade. Assim, o preço p' da moeda sugerida por Pedro deveria ser de $p' = k \cdot V' = k \cdot 4V = 4 \cdot 1{,}50 = \text{R\$}\,6{,}00.$

Resposta da questão 13:
[B]

Como $40\,\text{cm} = 0{,}4\,\text{m},$ segue que o volume de um tambor é dado por

$$\pi \cdot r^2 \cdot h \cong 3 \cdot \left(\frac{0{,}4}{2}\right)^2 \cdot 1 = 0{,}12\,\text{m}^3.$$

Assim, o volume de água contido em um kit é $6 \cdot 0{,}12 = 0{,}72\,\text{m}^3.$
Por conseguinte, o valor a ser pago por uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do kit em um mês é de $2{,}5 \cdot 12 \cdot 0{,}72 = \text{R\$}\,21{,}60.$

Resposta da questão 14:
[D]

Sejam v e $v',$ respectivamente, a capacidade da embalagem tradicional e a capacidade da nova embalagem.

Portanto, de acordo com o enunciado, temos $v' = \frac{1}{3} \cdot v \Leftrightarrow \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow a = \frac{4h}{3}.$

Resposta da questão 15:
[B]

O volume de refrigerante em uma garrafa parcialmente cheia é dado por
$\pi \cdot 3^2 \cdot 12 \cong 3 \cdot 9 \cdot 12 = 324\,\text{cm}^3.$

Portanto, o número aproximado de garrafas utilizadas foi de $\frac{1800000}{324} \cong 5.555.$

Resposta da questão 16:
[B]

Sejam $r_1 = 2\,\text{cm}$ e $h_1 = 13{,}5\,\text{cm},$ respectivamente, o raio da base e a altura do cilindro cujo rótulo custa $\text{R\$}\,0{,}60.$
Se V_1 e $A\ell_1$ denotam, respectivamente, a capacidade e a área do rótulo, então
$V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 13{,}5 = 54\pi\,\text{cm}^3$ e $A\ell_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 13{,}5 = 54\pi\,\text{cm}^2.$

Sejam r_2 e $h_2,$ respectivamente, o raio da base e a altura da nova embalagem. Como $h_2 = 2 \cdot r_2$ e as capacidades das embalagens são iguais, temos que
$V_1 = V_2 \Leftrightarrow 54\pi = \pi {r_2}^2 \cdot 2r_2 \Leftrightarrow r_2 = \sqrt[3]{27} = 3.$

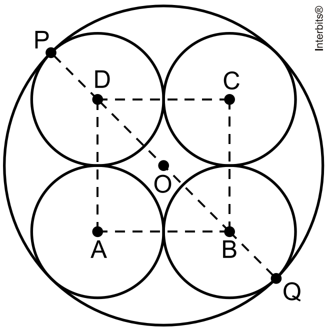
Além disso, a área lateral da nova embalagem é $A\ell_2 = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi\,\text{cm}^2.$

Supondo que o custo da embalagem seja diretamente proporcional à área lateral da mesma, obtemos $c_1 = k \cdot A\ell_1 \Leftrightarrow k = \frac{0{,}6}{54\pi},$ sendo k a constante de proporcionalidade e c_1 o custo da primeira embalagem.

Portanto, $c_2 = k \cdot A\ell_2 = \dfrac{0,6}{54\pi} \cdot 36\pi = R\$\,0,40$ e $\dfrac{c_2}{c_1} = \dfrac{36\pi}{54\pi} = \dfrac{2}{3}$, ou seja, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de $R\$\,0,40$, pois haverá uma redução de $c_1 - c_2 = c_1 - \dfrac{2}{3}c_1 = \dfrac{1}{3}c_1$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

Resposta da questão 17:
[D]

Considere a figura, em que O é o centro da base do cilindro cujo raio queremos calcular.



O lado do quadrado $ABCD$ é igual ao diâmetro da base dos cilindros menores. Logo, $\overline{AB} = 2 \cdot 6 = 12\,\text{cm}$. Além disso, como $\overline{OB} = \dfrac{\overline{BD}}{2}$, segue que $\overline{OB} = \dfrac{\overline{AB} \cdot \sqrt{2}}{2} = \dfrac{12 \cdot \sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$.
Portanto, o raio da base do cilindro maior é dado por $\overline{OQ} = \overline{OB} + \overline{BQ} = 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2}+1)\,\text{cm}$.

Resposta da questão 18:
[B]

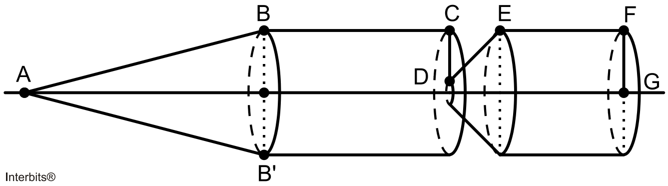
Se a área a ser iluminada mede $28,26\,\text{m}^2$ e r é o raio da área circular iluminada, então

$$\pi \cdot r^2 = 28,26 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{28,26}{3,14}} \Rightarrow r \cong 3\,\text{m}.$$

Portanto, como $g = 5\,\text{m}$ e $r = 3\,\text{m}$, segue que $h = 4\,\text{m}$.

Resposta da questão 19:
[C]

Girando a forma em torno do arame rígido, obtemos a figura abaixo.



Portanto, a decomposição do foguete, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos: cone reto $(\overline{AB} = 4\overline{FG} \neq \overline{BB'} = 2\overline{FG})$, cilindro reto $(\overline{BC} = 3\overline{FG} \neq 2\overline{FG})$, tronco de cone e cilindro equilátero $(\overline{EF} = 2\overline{FG})$.

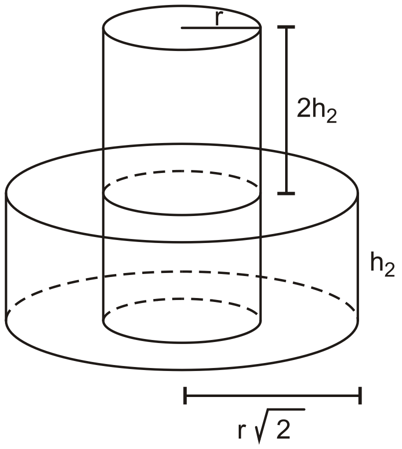
Resposta da questão 20:
[D]

Seus volumes são iguais, pois possuem a mesma massa e mesma altura.
Admitindo altura h para os dois bolos , temos:

$V_1 = V_2$

$$L^2.h = \pi.r^2.h$$
$$L^2 = \pi.r^2$$
$$L = \sqrt{\pi.r^2}$$
$$L = r.\sqrt{\pi}$$

Resposta da questão 21:
[C]



Volume do cilindro central = $\pi.r^2.3h_2$

Volume livre do segundo cilindro = $\pi.(r\sqrt{2})^2.h_2 - \pi.r^2.h_2 = \pi.r^2.h_2$

Então para encher o volume livre do segundo cilindro levará 10 min(ou seja 1/3 de 30min)

O tempo total será
30 + 10 = 40min

Resposta da questão 22:
[B]

Volume do cone = $\dfrac{\pi.5^2.6}{3} = 50\pi$ cm^3

Volume do líquido do cilindro da figura 2 = 625π - 50π = 575π
Altura do líquido do cilindro da figura 2.

$\pi .5^2.h = 575\pi \Leftrightarrow h = 23$ cm.

Na figura 2, temos: H = 30 – h logo H = 7 cm

Resposta da questão 23:
[A]

Seja r a medida do raio da base do cilindro. Desde que o comprimento da circunferência da base mede 31 cm, temos

$31 = 2\pi \cdot r \Rightarrow r \cong \frac{31}{2 \cdot 3,1}$
$\Rightarrow r \cong 5\,\text{cm}.$

Portanto, a resposta é $3,1 \cdot 5^2 \cdot 20 \cong 1.550\ \text{cm}^3$.

Resposta da questão 24:
[A]

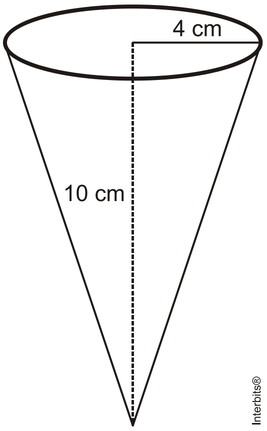
Se g é a geratriz do cone, então
$2\pi \cdot g = 2 \cdot 2\pi \cdot 6 \Leftrightarrow g = 12\,\text{cm}.$

Logo, sendo h a altura do cone, vem
$h^2 = 12^2 - 6^2 \Rightarrow h = 6\sqrt{3}\,\text{cm}.$

A resposta é dada por
$\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 6\sqrt{3}}{3} = 72\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3.$

Resposta da questão 25:
[D]

O volume do cone (recheio) sera dado por:



Tomando $\pi = 3,$ o volume do cone sera dado por:

$v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\,\text{cm}^3$

Considerando que o peixe representa 90% do volume do recheio, temos: $0,9 \cdot 160 = 144\,\text{cm}^3$ (volume do salmγo).

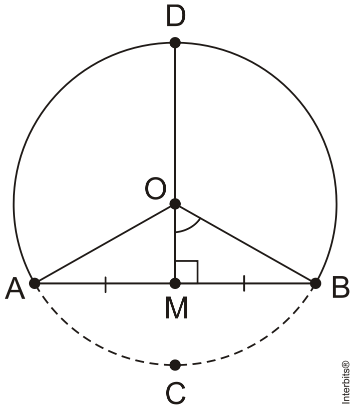
Portanto, a massa do salmγo sera dada por $0,35 \cdot 144 = 50,4\,\text{g}.$ Logo, a alternativa correta ı a [D].

Resposta da questão 26:
Como a altura h é máxima, segue que $h = \overline{DM}$ está contido no diâmetro $DC.$
Sejam O e $M,$ respectivamente, o centro da circunferência que passa por A, B e D e o ponto médio de $AB.$

Sabemos que:
$$\frac{3R}{2} = \frac{3 \cdot \overline{OB}}{2} = 6 \Leftrightarrow \overline{OB} = 4 \text{ m}.$$

Do triângulo OMB, obtemos:
$$\text{sen}M\hat{O}B = \frac{\overline{MB}}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \text{sen}M\hat{O}B = \frac{2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \text{sen}M\hat{O}B = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M\hat{O}B = \frac{\pi}{3} \text{ rad}.$$

Logo, como os triângulos MOB e MOA são congruentes, vem que



A área da secção transversal do túnel é a diferença entre a área do círculo de raio OB e a área do segmento circular ACB, ou seja,
$$3{,}15 \cdot 4^2 - 10 = 50{,}4 - 10 = 40{,}4 \text{ m}^2.$$

Portanto, como a extensão do túnel mede 2.000 m, segue que o volume aproximado de terra que foi retirado é de:
$$40{,}4 \cdot 2000 = 80.800 \text{ m}^3.$$

Resposta da questão 27:
$517{,}5 \text{ cm}^3.$

Resposta da questão 28:
[D]

Resposta da questão 29:
[A]

Resposta da questão 30:
a) x = 9 e y = 3

b) x = 15 e y = 5

Resposta da questão 31:
a) volume da água no cilindro: $108r^2$ cm^3; volume da substância química na mistura:
$27r^2$ cm^3

b) 20% ; h = 20 cm

Resposta da questão 32:
a) R = 5 cm e V = 125π cm^3

b) $H = \dfrac{27}{2}$ cm

Resposta da questão 33:
[B]

Resposta da questão 34:
a) $r = \dfrac{R}{2}$

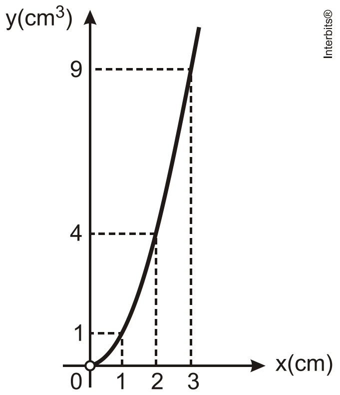
b) 6 esferas.

Resposta da questão 35:
[A]

Resposta da questão 36:
a) V(lata) = $\pi r^2 h$ e V(copo) = $(\pi r^2 h)/9$

b) 9 copos

Resposta da questão 37:
a) $y = x^2$ (cm^3)
b) $1cm^3$, $4cm^3$ e $9cm^3$.
Observe a figura a seguir:



Resposta da questão 38:
a) πr^2H e $(\pi R^2sH)/3$

b) Se para s = 3 o líquido cabe todo no cone, então:

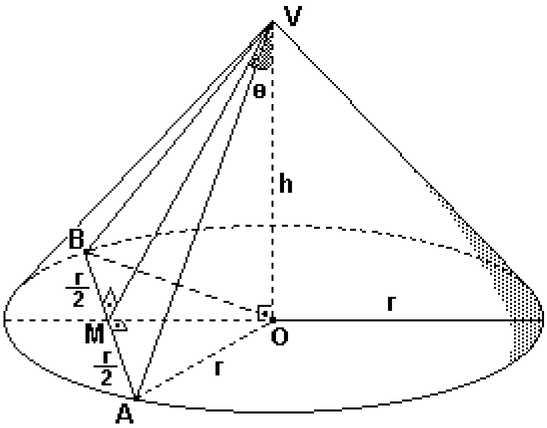
$V' \geq V \Leftrightarrow (\pi R^2 3H)/3 \geq \pi r^2 H \Leftrightarrow \pi R^2 H \geq \pi r^2 H \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\pi R^2 H)/(\pi H) \geq (\pi r^2 H)/(\pi H)$, pois $\pi H > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^2 \geq r^2 \Leftrightarrow R^2/r^2 \geq 1 \Leftrightarrow (R/r)^2 \geq 1 \Leftrightarrow R/r \geq 1$, pois $R/r>0$

Resposta da questão 39:
a) h = 1
b) r = 1

Resposta da questão 40:



Consideremos θ a medida do ângulo agudo MVO, que o eixo OV do cone forma com o plano α determinado por A, B e o vértice V do cone. O segmento OM é a altura do triângulo equilátero OBA e, portanto,

$OM = OB.\ \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow OM = r\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Assim:

I) Se $\theta = 30^\circ$, então:

$OM/OV = \text{tg } 30^\circ \Leftrightarrow (r\dfrac{\sqrt{3}}{2})/h = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h = 3r/2$

II) Se h = 3r/2, então:

$\text{tg } \theta = [(r\dfrac{\sqrt{3}}{2}] / (3r/2) = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \theta = 30^\circ$ (pois θ é agudo)

De (I) e (II) tem-se:
$\theta = 30^\circ \Leftrightarrow h = 3r/2$

Resposta da questão 41:

a) $V_1 = V_2 = \dfrac{\pi}{4}\,m^3$

b) $\left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right) m^3$

Resposta da questão 42:
Sendo h a altura de cada embalagem cilíndrica, temos:
ðc^2h = ða^2h $\Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$

Resposta da questão 43:
[C]

Resposta da questão 44:
[E]

Resposta da questão 45:
[A]